



**PİEZOELEKTRİK SENSÖR VE EYLEYİCİ  
ENTEĞRE EDİLMİŞ AKILLI KİRİŞ VE  
PLAKALARIN AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ,  
STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ**

**Kerim Gökhan AKTAŞ**

**2021  
DOKTORA TEZİ  
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**

**Tez Danışmanı  
Doç. Dr. İsmail ESEN**

**PIEZOELEKTRİK SENSÖR VE EYLEYİCİ ENTEGRE EDİLMİŞ AKILLI  
KİRİŞ VE PLAKALARIN AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ, STATİK VE  
DİNAMİK ANALİZİ**

**Kerim Gökhan AKTAŞ**

**T.C.  
Karabük Üniversitesi  
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü  
Makine Mühendisliği Anabilim Dalında  
Doktora Tezi  
Olarak Hazırlanmıştır**

**Tez Danışmanı  
Doç. Dr. İsmail ESEN**

**KARABÜK  
Kasım 2021**

Kerim Gökhan AKTAŞ tarafından hazırlanan “PİEZOELEKTRİK SENSÖR VE EYLEYİCİ ENTEGRE EDİLMİŞ AKILLI KİRİŞ VE PLAKALARIN AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ, STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ” başlıklı bu tezin Doktora Tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Doç. Dr. İsmail ESEN

.....

Tez Danışmanı, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından Oy Birliği ile Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir. 22/11/2021

Ünvanı, Adı SOYADI (Kurumu)

İmzası

Başkan : Doç. Dr. İbrahim ÇAYIROĞLU (KBÜ)

.....

Üye : Doç. Dr. İsmail ESEN (KBÜ)

.....

Üye : Doç. Dr. Selami SAĞIROĞLU (KBÜ)

.....

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Mehmet Akif KOÇ (SUBÜ)

.....

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Recep KILIÇ (SUBÜ)

.....

KBÜ Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yönetim Kurulu, bu tez ile, Doktora derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Hasan SOLMAZ

.....

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

*“Bu tezdeki tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu; ayrıca bu kuralların ve ilkelerin gerektirdiği şekilde, bu çalışmadan kaynaklanmayan bütün atıfları yaptığımı beyan ederim.”*

Kerim Gökhan AKTAŞ

## **ÖZET**

**Doktora Tezi**

### **PIEZOELEKTRİK SENSÖR VE EYLEYİCİ ENTEGRE EDİLMİŞ AKILLI KİRİŞ VE PLAKALARIN AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ, STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ**

**Kerim Gökhan AKTAŞ**

**Karabük Üniversitesi**

**Lisansüstü Eğitim Enstitüsü**

**Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Tez Danışmanı:**

**Doç. Dr. İsmail ESEN**

**Kasım 2021, 143 sayfa**

Bu tez çalışmasında, piezoelektrik katmanların sensör ve eyleyici olarak kullanıldığı akıllı kiriş ve plaka yapılarının statik eğilme analizi, statik geometri kontrolü, serbest titreşim analizi, dinamik analizi ve aktif titreşim kontrolü ele alınmıştır. İlk olarak akıllı ankastre mesnetli bir kirişin lineer kuadratik regülatör (LQR) kontrol algoritması kullanarak aktif titreşim kontrolü yapılmıştır. Akıllı kirişin sonlu elemanlar (SE) modeli Euler-Bernoulli kiriş teorisi ve piezoelektrik teori temel alınarak oluşturulmuştur. Aktif titreşim kontrolünün akıllı kirişe uygulanmasında durum uzay yaklaşımı kullanılmıştır. Piezoelektrik sensör ve eyleyici çifti kirişin farklı elemanlarına yerleştirilerek sensör ve eyleyici çiftinin konumunun kontrolcünün kontrol performansına etkisi incelenmiştir. Daha sonra akıllı izotropik bir plakanın sonlu elemanlar modeli Kirchhoff ince plaka teorisi kullanılarak oluşturulmuştur. Altı farklı piezoelektrik sensör-eyleyici çifti ile plakanın statik analizi, dinamik analizi ve

aktif titreşim kontrolü yapılarak farklı piezoelektrik malzemelerin plakanın statik, dinamik davranışına, titreşim karakteristiğine ve kontrol performansına etkisi incelenmiştir. Plakanın aktif titreşim kontrolünde negatif hız geri besleme kontrol yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca çeşitli eyleyici voltajları için plakanın statik geometri kontrolü yapılmıştır. Son olarak, fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik malzemenin (FDPM) üretilmiş sensör ve eyleyicinin arasına sandviç edilmiş fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme (FDM) bir plakanın statik eğilme analizi, serbest titreşim analizi, dinamik analizi ve aktif titreşim kontrolü çeşitli sınır koşullarında incelenmiştir. Hem FDM plakanın hem de FDPM sensör ve eyleyicinin mekanik ve elektriksel malzeme özellikleri kalınlık doğrultusunda kuvvet yasası indeksi ile değiştiği kabul edilmiştir. FDPM ve FDM katmanlar sonlu elemanlar metodu ve birinci mertebeden kayma deformasyon teorisi (BMKDT) kullanılarak modellenmiştir. FDPM sensör ve eyleyicilerin FDM plaka üzerindeki kontrol performansının incelenmesinde LQR kontrol algoritması kullanılmıştır. FDM plakanın statik eğilme analizi, serbest titreşim analizi, dinamik analizi ve aktif titreşim kontrolü çalışmaları farklı kuvvet yasası indeksleri için gerçekleştirilmiştir. Sonuç olarak kiriş ve plakaların statik analizinin, dinamik analizinin, geometri ve aktif titreşim kontrolünün hem geleneksel piezoelektrik sensör ve eyleyicilerle hem de FDPM sensör ve eyleyicilerle etkin bir şekilde yapılabileceği üç farklı metodu içeren üç farklı sonlu elemanlar modeli oluşturulmuş ve analizleri yapılmıştır.

**Anahtar Sözcükler :** Akıllı kiriş, akıllı plaka, aktif titreşim kontrolü, sonlu elemanlar metodu, piezoelektrik malzeme, FDPM sensör ve eyleyici.

**Bilim Kodu :** 91420

## **ABSTRACT**

**Ph. D. Thesis**

# **ACTIVE VIBRATION CONTROL, STATIC AND DYNAMIC ANALYSIS OF SMART BEAM AND PLATES INTEGRATED WITH PIEZOELECTRIC SENSOR AND ACTUATOR**

**Kerim Gökhan AKTAŞ**

**Karabük University**

**Institute of Graduate Programs**

**Department of Mechanical Engineering**

**Thesis Advisor:**

**Assoc. Prof. Dr. İsmail ESEN**

**November 2021, 143 pages**

In this thesis, static bending analysis, static geometry control, free vibration analysis, dynamic analysis and active vibration control of smart beam and plate structures in which piezoelectric layers are used as sensors and actuators are discussed. First of all, active vibration control of a cantilever beam is carried out using a linear quadratic regulator (LQR) control algorithm. Finite element (FE) model of smart beam is created based on Euler-Bernoulli beam theory and piezoelectric theory. State space approach is used in the application of active vibration control to the smart beam. The effect of the position of the sensor and actuator pair on the control performance of the controller is investigated by placing the piezoelectric elements pair on different location of the beam. Then, the finite element model of a smart isotropic plate is created using Kirchhoff's thin plate theory. Static analysis, dynamic analysis and active vibration control studies of the plate with six different piezoelectric sensor-actuator pairs are

performed and the effects of different piezoelectric materials on the static and dynamic behavior, vibration characteristics and control performance of the plate are investigated. In the active vibration control of the plate, negative velocity feedback control method is used. In addition, static geometry control of the plate is performed for various actuator voltages. Finally, static bending analysis, free vibration analysis and active vibration control of a functionally graded material (FGM) plate sandwiched between the sensor and the actuator made of functionally graded piezoelectric material (FGPM) are investigated under various boundary conditions. It is assumed that the mechanical and electrical material properties of both the FGM plate and the FGPM sensor and actuator vary in the thickness direction with the power law index. FGPM and FGM layers are modeled using the finite element method and first order shear deformation theory (FSDT). LQR control algorithm is used to examine the control performance of FGPM sensors and actuators on the FGM plate. Static bending analysis, free vibration analysis, dynamic analysis and active vibration control studies of the FDM plate are performed for different power law indexes. As a result, three different finite element models are created and analyzed, including three different methods by which static analysis, dynamic analysis, geometry and active vibration control of beams and plates can be done effectively with both conventional piezoelectric sensors and actuators and FDPM sensors and actuators.

**Key Word** : Smart beam, smart plate, active vibration control, finite element method, piezoelectric material, FGPM sensor and actuator.

**Science Code** : 91420



## TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının planlanmasında, araőtırılmasında, yürütülmesinde ve oluşumunda ilgi ve desteğini esirgemeyen, engin bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, yönlendirme ve bilgilendirmeleriyle çalıőmamı bilimsel temeller ışığında őekillendiren sayın hocam Doç. Dr. İsmail ESEN'e sonsuz teőekkürlerimi sunarım.

Tez alıőması sürecinde Fatih PEHLİVAN başta olmak üzere desteklerini esirgemeyen tüm çalışma arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Sevgili aileme manevi hiçbir yardımı esirgemedен yanımda oldukları için tüm kalbimle teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL .....	ii
ÖZET .....	iv
ABSTRACT .....	vi
TEŞEKKÜR .....	viii
İÇİNDEKİLER.....	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	xiii
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	xvi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xvii
BÖLÜM 1 .....	1
GİRİŞ .....	1
BÖLÜM 2 .....	4
PİEZOELEKTRİK MALZEMELER .....	4
2.1. PİEZOELEKTRİK ETKİNİN OLUŞUMU .....	5
2.2. PİEZOELEKTRİK MALZEMELERİN EKSEN NOTASYONU.....	8
2.3. PİEZOELEKTRİK BÜNYE DENKLEMLERİ.....	9
2.4. PİEZOELEKTRİK KATSAYILAR.....	11
2.4.1. Piezoelektrik Şekil Değişirme Katsayısı ( $d_{mi}$ ).....	11
2.4.2. Piezoelektrik Gerilme Katsayısı ( $e_{mi}$ ) .....	12
2.4.3. Elastik Uygunluk Katsayısı ( $S_{ij}$ ) .....	13
2.4.4. Dielektrik Katsayısı ( $\xi_{ik}$ ).....	13
2.4.5. Piezoelektrik Etkileşim Katsayısı ( $k_{ij}$ ) .....	14
2.4.6. Piezoelektrik Voltaj Katsayısı ( $g_{ij}$ ) .....	14
2.5. PİEZOELEKTRİK SENSÖR VE EYLEYİCİLERİN YAYGIN OLARAK KULLANILAN KONFIGÜRASYONLARI .....	15
2.6. PİEZOELEKTRİK ETKİ MODLARI.....	16

2.7. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER (FDM) VE FONSİYONEL DERCELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK MALZEMELER (FDPM).....	17
2.7.1. Kuvvet Yasası Fonksiyonu.....	18
2.7.2. Üstel Yasa Fonksiyonu.....	19
2.7.3. Sigmoid Yasa Fonksiyonu.....	20
BÖLÜM 3 .....	22
LİTERATÜR TARAMASI.....	22
BÖLÜM 4 .....	34
ANKASTRE EULER-BERNOULLİ KİRİŞİNİN MODELLENMESİ VE AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ .....	34
4.1. EULER-BERNOULLİ KİRİŞ TEORİSİ VARSAYIMLARI .....	34
4.2. KİRİŞ ELEMANLARININ MODELLENMESİ.....	35
4.2.1 Alüminyum Kiriş Elemanının Modellenmesi.....	37
4.2.2 Piezoelektrik Kiriş Elemanı ve Akıllı Kiriş Elemanının Modellenmesi ..	40
4.3. PİEZOELEKTRİK DENKLEMLER .....	42
4.3.1. Sensör Denklemleri.....	43
4.3.2. Eyleyici Denklemleri.....	45
4.4. HAREKET DENKLEMLERİNİN VE DURUM UZAY MODELİNİN ELDE EDİLMESİ .....	46
4.4.1. Akıllı Kirişin Hareket Denklemine Elde Edilmesi .....	46
4.4.2. Akıllı Kirişin Durum Uzay Modelinin Elde Edilmesi .....	48
4.5. LQR KONTROL ALGORİTMASI .....	49
4.6. MODEL DOĞRULAMA .....	51
4.7. ANALİZ ÇALIŞMALARI .....	52
BÖLÜM 5 .....	57
ANKASTRE PLAKANIN KİRCHHOFF İNCE PLAKA TEORİSİ İLE MODELLENMESİ VE AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ.....	57
5.1. KIRCHHOFF İNCE PLAKA TEORİSİ VARSAYIMLARI .....	58

	<b><u>Sayfa</u></b>
5.2. ANKASTRE PLAKANIN SONLU ELEMANLAR MODELİ .....	59
5.2.1. Şekil Değişirme ve Yer Değişirme .....	60
5.2.2. Piezoelektrik Denklemler .....	65
5.2.3. Eleman Matrislerinin Elde Edilmesi .....	67
5.3. STATİK DENKLEMLER .....	70
5.4. DİNAMİK DENKLEMLER.....	72
5.5. SAYISAL ANALİZ ÇALIŞMALARI .....	74
5.5.1. Yakınsama Analizi .....	75
5.5.2. Statik Eğilme Analizi .....	76
5.5.3. Statik Geometri Kontrolü .....	78
5.5.4. Dinamik Analiz .....	79
5.5.5. Aktif Titreşim Kontrolü.....	86
BÖLÜM 6 .....	89
FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ AKILLI PLAKANIN FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK EYLEYİCİ VE SENSÖR İLE AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ .....	89
6.1. BİRİNCİ MERTEBEDEN KAYMA DEFORMASYON TEORİSİ VARSAYIMLARI .....	89
6.2. TEORİK HESAPLAMALAR.....	90
6.2.1. FDPM ve FDM Plakaların Efektif Malzeme Özelliklerinin Belirlenmesi .....	90
6.2.2. FDPM Katmanların Elektromekanik Özellikleri .....	92
6.2.3. Şekil Değişirme ve Yer Değişirme .....	93
6.2.4. Sonlu Eleman Formülasyonu.....	96
6.2.5. Eleman Matrislerinin Elde Edilmesi .....	99
6.3. MODAL ANALİZ VE DURUM UZAY GÖSTERİMİ.....	104
6.4. SAYISAL ANALİZ ÇALIŞMALARI .....	107
6.4.1. Yakınsama Analizi .....	108
6.4.2. Model Doğrulama Analizi .....	108
6.4.3. Statik Eğilme Analizi .....	110
6.4.4. Serbest Titreşim Analizi .....	113

	<b><u>Sayfa</u></b>
6.4.5. Dinamik Analiz.....	114
6.4.6. Aktif Titreşim Kontrolü.....	116
6.4.6.1. FDPM Sensör ve Eyleyicilerin Plaka Üzerindeki Dağılımı.....	116
6.4.6.2. Titreşim Kontrol Analizi.....	118
BÖLÜM 7 .....	124
SONUÇLAR.....	124
KAYNAKLAR.....	131
EK AÇIKLAMALAR A. ....	141
[ Y ] <sub>16x16</sub> MATRİSİ.....	141
ÖZGEÇMİŞ.....	143

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa

Şekil 2.1.	Düz ve ters piezoelektrik etkinin gösterimi. ....	6
Şekil 2.2.	Kuvars kristalinde piezoelektrik etkinin oluşumu.....	7
Şekil 2.3.	Piezoseramik malzemeler için koordinat sistemi eksen notasyonu.....	8
Şekil 2.4.	Piezoelektrik sensör ve eyleyici konfigürasyonları: (a) seri bağlı bimorf, (b) paralel bağlı bimorf, (c) seri bağlı trimorf, (d) paralel bağlı trimorf, (e) unimorf.....	15
Şekil 2.5.	Piezoelektrik etki modları.....	16
Şekil 2.6.	Young modülü parametresinin kuvvet yasası fonksiyonuna göre değişimi.....	19
Şekil 2.7.	Young modülü parametresinin üstel yasa fonksiyonuna göre değişimi.....	20
Şekil 2.8.	Young modülü parametresinin sigmoid yasa fonksiyonuna göre değişimi.....	21
Şekil 4.1.	Deforme olmuş ve deforme olmamış Euler-Bernoulli kirişinin gösterimi. ....	35
Şekil 4.2.	Akıllı kirişin sonlu elemanlara ayrılması.....	36
Şekil 4.3.	Alüminyum ve piezoelektrik kiriş elemanın fiziksel parametreleri. ....	36
Şekil 4.4.	Akıllı kiriş elemanının gösterimi.....	41
Şekil 4.5.	Basit eğilmeye uğrayan kirişin eğrilik yarıçapı. ....	44
Şekil 4.6.	PZT katmanların dağılımı. (a) model 1, (b) model 2, (c) model 3.....	52
Şekil 4.7.	Model 1 için birim basamak yer değiştirme cevabı. ....	53
Şekil 4.8.	Model 2 için birim basamak yer değiştirme cevabı. ....	54
Şekil 4.9.	Model 3 için birim basamak yer değiştirme cevabı. ....	54
Şekil 4.10.	Model 1 için maksimum eyleyici voltajı gereksinimi. ....	55
Şekil 4.11.	Model 2 için maksimum eyleyici voltajı gereksinimi. ....	55
Şekil 4.12.	Model 3 için maksimum eyleyici voltajı gereksinimi. ....	56
Şekil 5.1.	Kirchhoff hipotezinin deforme olmuş ve deforme olmamış plaka geometrisi ile gösterimi. ....	59
Şekil 5.2.	Akıllı plaka sonlu elemanının koordinat sistemi ve fiziksel parametrelerinin gösterimi. ....	60
Şekil 5.3.	Dört düğüm noktalı ve onaltı serbestlik dereceli dikdörtgen sonlu elemanın gösterimi. ....	62

Şekil 5.4.	Farklı piezoelektrik malzemelerin plakanın direngenliğine etkisi. ....	76
Şekil 5.5.	Farklı piezoelektrik eyleyicilerin CFFF plakanın merkez çizgisi yer değiştirmesine etkisi. ....	77
Şekil 5.6.	CFFF plakanın geometri kontrolü.....	78
Şekil 5.7.	Mekanik yük tipleri: basamak, üçgen, sinüs.....	79
Şekil 5.8.	Uygulanan yüklerin $n$ katsayısı ile değişimi: (a) basamak, (b) üçgen, (c) sinüs.....	80
Şekil 5.9.	Basamak tipi mekanik yük etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı.....	81
Şekil 5.10.	Üçgen tipi mekanik yük etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı. ....	81
Şekil 5.11.	Sinüs tipi mekanik yük etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı. ....	82
Şekil 5.12.	Basamak tipi yük etkisi altındaki piezoelektrik sensörden elde edilen sensör voltajı değerleri.....	83
Şekil 5.13.	Üçgen tipi yük etkisi altındaki piezoelektrik sensörden elde edilen sensör voltajı değerleri.....	83
Şekil 5.14.	Sinüs tipi yük etkisi altındaki piezoelektrik sensörden elde edilen sensör voltajı değerleri.....	84
Şekil 5.15.	Basamak tipi elektriksel yük etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı.....	85
Şekil 5.16.	Üçgen tip elektriksel yük etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı. ....	85
Şekil 5.17.	Sinüs tipi elektriksel yük etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı. ....	86
Şekil 5.18.	PZT-5H ve PZT-7A'nın kontrol performansının karşılaştırılması. ....	87
Şekil 5.19.	PZT-5H ve PZT-7A'nın sensör voltajlarının karşılaştırılması. ....	87
Şekil 5.20.	$G_i$ kontrol kazancı parametresinin kontrol performansına etkisi. ....	88
Şekil 6.1.	Birinci mertebeden kayma deformasyon teorisinin deforme olmuş ve deforme olmamış plaka geometrisi ile gösterimi. ....	90
Şekil 6.2.	FDPM ve FDM plakanın geometrik gösterimi. ....	91
Şekil 6.3.	Farklı kuvvet yasası indekslerinin efektif malzeme özelliğine etkisi....	92
Şekil 6.4.	Dört düğüm noktasına sahip dikdörtgen plaka elemanı. ....	97
Şekil 6.5.	Yayılı yük altındaki FDPM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmesi. ....	109
Şekil 6.6.	10 V elektriksel yük etkisi altındaki FDPM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri.....	110

Şekil 6.7.	Kuvvet yasası indeksinin CCCC FDM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmesine etkisi. ....	111
Şekil 6.8.	200 V eyleyici voltajı etkisi altındaki CFFF FDM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri ( $n_s = n_{ps} = 1$ ).....	112
Şekil 6.9.	FDPM sensörün farklı kuvvet yasası indeksleri için sensör voltaj değerleri. ....	112
Şekil 6.10.	FDM akıllı plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı. ....	115
Şekil 6.11.	FDPM sensörün voltaj cevabı. ....	116
Şekil 6.12.	FDM plakanın ilk altı titreşim modunun modal şekil değiştirme enerjisi .....	117
Şekil 6.13.	FDPM sensör ve eyleyicilerin plaka üzerindeki dağılımı.....	118
Şekil 6.14.	$n_s = 0$ kuvvet yasası indeksi için aktif titreşim kontrolü.....	119
Şekil 6.15.	$n_s = 0,5$ kuvvet yasası indeksi için aktif titreşim kontrolü.....	119
Şekil 6.16.	$n_s = 2$ kuvvet yasası indeksi için aktif titreşim kontrolü.....	120
Şekil 6.17.	$n_s = 1000$ kuvvet yasası indeksi için aktif titreşim kontrolü. ....	120
Şekil 6.18.	$n_s = 0$ kuvvet yasası indeksi için elde edilen sensör voltajı değerleri. ....	121
Şekil 6.19.	$n_s = 0,5$ kuvvet yasası indeksi için elde edilen sensör voltajı değerleri.....	121
Şekil 6.20.	$n_s = 2$ kuvvet yasası indeksi için elde edilen sensör voltajı değerleri. ....	122
Şekil 6.21.	$n_s = 1000$ kuvvet yasası indeksi için elde edilen sensör voltajı değerleri.....	122
Şekil 6.22.	Eyleyici kontrol performansının kuvvet yasası indeksi ile değişimi...123	
Şekil 6.23.	[Q] ağırlık parametresinin LQR kontrolcünün kontrol performansına etkisi. ....	123



## ÇİZELGELER DİZİNİ

### Sayfa

Çizelge 4.1. Doğal frekans değerlerinin karşılaştırılması. ....	51
Çizelge 4.2. Serbest uç yer değiştirmelerinin karşılaştırılması. ....	52
Çizelge 4.3. Alüminyum ve piezoelektrik elemanın mekanik ve fiziksel özellikleri. ....	53
Çizelge 4.4. Doğal frekans değerleri.....	53
Çizelge 4.5. Oturma zamanı ve eyleyici voltajı. ....	56
Çizelge 5.1. Mekanik ve elektriksel malzeme özellikleri. ....	75
Çizelge 5.2. CFFF kare plakanın ilk altı doğal frekansının yakınsama analizi (Hz).76	
Çizelge 5.3. Uygulanan 500 N mekanik yük etkisi altında farklı piezoelektrik sensörlerden elde edilen voltaj değerleri. ....	78
Çizelge 6.1. Mekanik ve elektriksel malzeme özellikleri. ....	107
Çizelge 6.2. CFFF kare plakanın ilk altı doğal frekansının yakınsama analizi (Hz).....	108
Çizelge 6.3. Kuvvet yasası indeksi ile FDM plakanın doğal frekans değişimi (Hz).....	109
Çizelge 6.4. Akıllı FDM kare plakanın farklı sınır koşullarındaki ilk altı doğal frekans değerleri.....	113
Çizelge 6.5. Akıllı FDM kare plakanın farklı en-boy oranları için ilk üç doğal frekans değerleri (Hz).....	114

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

### SİMGELER

Si	: Silisyum
O	: Oksijen
SiO <sub>2</sub>	: Kuvars
BaTiO <sub>3</sub>	: Baryum titanat
$\epsilon_i$	: Şekil değiştirme
$S_{ij}$	: Elastik uygunluk katsayısı
$\sigma_i$	: Gerilme
$d_{mi}$	: Piezoelektrik şekil değiştirme katsayısı
$E_m$	: Elektrik alan
$D_m$	: Elektriksel yer değiştirme
$\xi_{ik}$	: Elektriksel geçirgenlik
$e_{mi}$	: Piezoelektrik gerilme katsayısı
$K_d$	: Bağlı dielektrik katsayısı
$\xi_0$	: Vakum geçirgenliği
$k_{ij}$	: Piezoelektrik etkileşim katsayısı
$g_{ij}$	: Piezoelektrik voltaj katsayısı
$P_{eff}$	: Efektif malzeme özelliği
$n$	: Kuvvet yasası indeksi
$P_u$	: Malzemenin üst yüzey özelliği
$P_l$	: Malzemenin alt yüzey özelliği
$z$	: Tarafsız eksene olan mesafe
$k$	: Kiriş elemanı alt indisi
$pe$	: Piezoelektrik eyleyici alt indisi
$ps$	: Piezoelektrik sensör alt indisi
$ka$	: Akıllı kiriş elemanı alt indisi
$w$	: Kirişin enine yer değiştirmesi

$\rho$	: Yoğunluk
$A$	: Kesit alanı
$E$	: Young modülü
$I$	: Atalet momenti
$F_{dış}$	: Dış kuvvet
$\theta_i$	: Her bir düğüm noktasındaki dönme açısı
$w_i$	: Her bir düğüm noktasındaki enine yer değiştirme
$w(x, t)$	: Yer değiştirme fonksiyonu
$n_1$	: Yer değiştirme fonksiyonunun konuma göre birinci türevi
$n_2$	: Yer değiştirme fonksiyonunun konuma göre ikinci türevi
$n_3$	: Yer değiştirme fonksiyonunun zamana göre türevi
$l_k$	: Kiriş sonlu elemanının uzunluğu
$L_k$	: Kirişin uzunluğu
$N$	: Şekil fonksiyonu
$\{p\}$	: Kiriş için düğüm yer değiştirme vektörü
$U$	: Şekil değiştirme enerjisi
$M$	: Eğilme momenti
$T$	: Kinetik enerji
$[M_k^e]$	: Kiriş elemanının kütle matrisi
$[K_k^e]$	: Kiriş elemanının direngenlik matrisi
$l_{pe}$	: Piezoelektrik eyleyici elemanının uzunluğu
$l_{ps}$	: Piezoelektrik sensör elemanının uzunluğu
$h_k$	: Alüminyum kiriş elemanının kalınlığı
$h_{pe}$	: Piezoelektrik eyleyici elemanının kalınlığı
$h_{ps}$	: Piezoelektrik sensör elemanının kalınlığı
$b_k$	: Alüminyum kiriş elemanının genişliği
$b_{pe}$	: Piezoelektrik eyleyici elemanının genişliği
$b_{ps}$	: Piezoelektrik sensör elemanının genişliği
$(EI)_{eş}$	: Eşdeğer eğilme rijitliği
$Q(t)$	: Elektriksel yük
$i(t)$	: Elektrik akımı
$R$	: Eğrilik yarıçapı

$H$	: Sinyal şartlandırıcı cihaz sabiti
$K$	: Kontrol kazancı
$V^s(t)$	: Sensör voltajı
$V^{eyl}(t)$	: Eyleyici giriş voltajı
$f_{ktrl}$	: Kontrol kuvveti
$[M]$	: Global kütle matrisi
$[K]$	: Global direngenlik matrisi
$[C]$	: Global sönüm matrisi
$a_0$	: Kütle orantılı sönüm sabiti
$a_1$	: Direngenlik orantılı sönüm sabiti
$\zeta_{ni}$	: $i$ . titreşim modunun sönüm oranı
$w_{ni}$	: $i$ . titreşim modunun doğal frekansı
$[A]$	: Sistem matrisi
$[B]$	: Giriş matrisi
$[C_c]$	: Çıkış matrisi
$[D]$	: Doğrudan iletim matrisi
$[\Phi]$	: Modal matris
$J$	: Maliyet fonksiyonu
$[Q]$	: Simetrik pozitif yarı-kesin ağırlık matrisi
$[R]$	: Simetrik pozitif kesin ağırlık matrisi
$[u]$	: x eksenindeki yer değiştirme
$[v]$	: y eksenindeki yer değiştirme
$\theta_x$	: x eksenindeki dönme
$\theta_y$	: y eksenindeki dönme
$[C_s]$	: Plaka elastik sabit matrisi
$\nu$	: Poisson oranı
$w(x, y)$	: Plaka yer değiştirme fonksiyonu
$\{p\}$	: Plaka için düğüm yer değiştirme vektörü
$l_{pl}$	: Plaka uzunluğu
$w_{pl}$	: Plaka genişliği
$h_{pl}$	: Plaka kalınlığı
$W_e$	: Elektrik enerjisi

$\delta W$	: Dış kuvvetler tarafından yapılan sanal iş
$V$	: Hacim
$f_B$	: Gövde kuvveti
$f_A$	: Yüzey kuvveti
$f_C$	: Noktasal kuvvet
$A_1$	: Mekanik kuvvet ile ilişkilendirilmiş yüzey alanı
$A_2$	: Elektriksel yük ile ilişkilendirilmiş yüzey alanı
$\sigma_A$	: Yüzey elektriksel yük yoğunluğu
$[M_{qq}^e]$	: Plaka elemanının kütle matrisi
$[K_{qq}^e]$	: Plaka elemanının direngenlik matrisi
$[K_{q\phi}^e]$	: Elektromekanik direngenlik matrisi
$[K_{\phi\phi}^e]$	: Dielektrik direngenlik matrisi
$\{\phi\}$	: Elektrik gerilim vektörü
$\phi_e$	: Eyleyici voltajı
$\phi_s$	: Sensör voltajı
$\{F_{el}\}$	: Elektriksel kuvvet vektörü
$\{q\}_{mek}$	: Mekanik yer değiştirme vektörü
$\{q\}_{eyl}$	: Eyleyici yer değiştirme vektörü
$G_i$	: Hız geri besleme kontrol kazancı
$[C_A]$	: Aktif sönüm matrisi
$\{\tau\}$	: Kayma gerilmesi vektörü
$\{\varepsilon_b\}$	: Eğilme şekil değiştirme vektörü
$\{\varepsilon_s\}$	: Kayma şekil değiştirme vektörü
$b$	: Eğilme alt indisi
$s$	: Kayma alt indisi
$K_s$	: Kayma düzeltme faktörü
$\{q_e\}$	: Plaka sonlu elemanının yer değiştirme vektörü
$\psi_i$	: Lagrange interpolasyon fonksiyonu
$[C_{bb}]$	: Eğilme elastik sabit matrisi
$[C_{ss}]$	: Kayma elastik sabit matrisi
$[\Psi]$	: Plaka modal matrisi
$\{\alpha\}$	: Modal koordinat vektörü

## KISALTMALAR

LQR	: Lineer Kuadratik Regülatör
SE	: Sonlu Eleman
FE	: Finite Element (Sonlu Eleman)
SEM	: Sonlu Elemanlar Modeli
FD	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş
FDM	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme
FGM	: Functionally Graded Material (Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme)
FDPM	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Malzeme
BMKDT	: Birinci Mertebeden Kayma Deformasyon Teorisi
FSDT	: First Order Shear Deformaion Theory (Birinci Mertebeden Kayma Deformasyon Teorisi)
PZT	: Kurşun Zirkonat Titanat
PVDF	: Poliviniliden Florür
IEEE	: Institute of Electrical and Electronics Engineers (Elektrik Elektronik Mühendisleri Enstitüsü)
CGFC	: Sabit Kazançlı Geri Besleme Kontrolü
PFC	: Konum Geri Besleme Kontrolü
PPFC	: Pozitif Konum Geri Besleme Kontrolü
CGPFC	: Sabit Kazanç Konum Geri Besleme Kontrolü
SRF	: Gerinim Hızı Geri Besleme
VFC	: Hız Geri Besleme Kontrolü
NVFC	: Negatif Hız Geri Besleme Kontrolü
CGVFC	: Sabit Kazanç Hız Geri Besleme Kontrolü
SIT	: Sistem Tanımlama Tekniği
PPM	: Kutup Yerleştirme Metodu
MSC	: Modal Uzay Kontrolü
IMSC	: Bağımsız Modal Uzay Kontrolü
MIMSC	: Modifiye Edilmiş Bağımsız Modal Uzay Kontrolü
LQG	: Lineer Kuadratik Gauss
GA	: Genetik algoritma

SQP	: Sıralı Kuadratik Programlama
PSO	: Parçacık Sürü Optimizasyonu
KLT	: Klasik Laminasyon Teorisi
KLPT	: Klasik Laminasyon Plaka Teorisi
ÜMKDT	: Üçüncü Mertebeden Kayma Deformasyon Teorisi
ABC	: Yapay Arı Kolonisi
FL	: Bulanık Mantık
YMKDT	: Yüksek Mertebeden Kayma Deformasyon Teorisi
C	: Ankastre Mesnet
S	: Basit Mesnet
F	: Serbest Uç

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

Titreşim, mekanik ve yapısal sistemlerin bir denge konumu etrafındaki salınımı ya da dalgalanması olarak tanımlanabilir [1]. Titreşimin meydana gelebilmesi için yapının, bir dış kuvvet tarafından uyarıldığında yapıyı denge konumuna getiren bir geri getirme kuvvetine sahip olması gerekmektedir. Bu özellik yapının esnemez olduğu varsayılan katı gövdenin aksine, yapının kuvvet karşısında esneyen esnek bir gövde olarak davranmasını sağlar [2]. İstenmeyen titreşim yapının kararlılığını ve performansını önemli derecede etkileyebilmektedir. Özellikle hafif ve esnek yapıların (antenler, robot kolları, güneş panelleri) direngenliklerinin düşük olması sebebiyle düşük frekanslarda yüksek genlikli titreşim problemi ortaya çıkabilmektedir. Bu da bu tür yapıların titreşim kontrolünü oldukça zor kılmaktadır. Hafif ve esnek yapıların aktif titreşim ve şekil kontrolü son zamanlarda uzay, havacılık ve otomobil sektörleri başta olmak üzere birçok çalışma alanının ilgisini çekmekte ve bu konuda önemli araştırmalar yapılmaktadır. Titreşim kontrolünde, bozucu etkiyi bastırarak yapının denge konumunda tutulması istenirken, şekil kontrolünde yapının istenen şekil ve pozisyona getirilmesi ve yapının uygun şekilde kalması istenmektedir. Hafif ve esnek yapılarda titreşim kontrolü için pasif titreşim kontrol yöntemlerinin kullanışsız ve yetersiz olması sebebiyle aktif titreşim kontrolü uzun süredir tercih edilmektedir. Aktif titreşim kontrolü bir yapının titreşiminin, titreşime sebep olan kuvvete eşit genlikte fakat zıt fazda bir karşı kuvvet oluşturarak kontrol edildiği disiplinler arası teknolojileri içeren geniş bir araştırma alanıdır. Aktif titreşim kontrolü, sistem cevabı ya da çıktısının ölçülmesi ve bu ölçümün yapıdan istenilen cevabın elde edilmesi için uygulanması gereken kuvvetin belirlenmesinde kullanılması esaslarına dayanmaktadır. Bir aktif titreşim kontrol sisteminin ana bileşenleri, bozucu girişten etkilenen mekanik yapıdan, sistem cevabını ölçen sensörlerden, sensörlerden gelen sinyalleri kullanarak uygun kontrol sinyalini üreten kontrolcülerden ve yapıya kontrol kuvveti uygulayan eyleyicilerden oluşmaktadır.



Elektrohidrolik veya elektromanyetik eyleyiciler ile geleneksel sensörler hafif ve esnek yapılarda kullanılmaya uygun değildir. Hafif ve esnek yapıların titreşim probleminin çözümünde kullanılan yöntemlerin başında akıllı malzemeler kullanılarak sistemi akıllı hale getirilmesi vardır. Akıllı malzeme, çevresel değişikliklere kendini adapte edebilen, şeklini veya dinamik davranışını değiştirebilen malzeme olarak ifade edilebilir. Akıllı bir yapıdan titreşimi algılayabilmesi ve onu kontrollü bir şekilde bastırması beklenir.

Piezoelektrik malzemeler, piroelektrik malzemeler, elektroeolojik akışkanlar, manyetostriktif malzemeler, şekil hafızalı alaşımlar, manyetoreolojik akışkanlar, elektroaktif polimerler, polielektrolit jeller, elektrostriktif malzemeler ve fotostriktif malzemeler gibi akıllı malzemeler arasında algılama ve tahrikteki yüksek hassasiyeti, geniş frekans aralığında uygulanabilir olması, hafif olması ve farklı şekil ve boyutlarda temin edilmesi gibi avantajlarından dolayı akıllı malzemeler içerisinde ön plana çıkmaktadır [3]. Piezoelektrik malzemeler yapıda hem sensör hem de eyleyici olarak kullanılabilir. Sensör olarak kullanımında, malzeme mekanik bir yük etkisi altında elektrik akımı üretirken (düz piezoelektrik etki), eyleyici olarak kullanımında ise elektriksel alana maruz kaldığında malzemede mekanik şekil değiştirme meydana gelebilmektedir (ters piezoelektrik etki).

Sekiz bölümden oluşan bu çalışmada, piezoelektrik sensör ve eyleyici entegre edilmiş akıllı kiriş ve plakaların aktif titreşim kontrolünün etkin bir şekilde sağlanması ve statik eğilme analizinin, statik geometri kontrolünün ve dinamik analizinin yapılması amaçlanmıştır. Giriş bölümünde çalışmanın kapsamından bahsedilip ikinci bölümde piezoelektrik malzemelerin çalışma prensibi, bünye denklemleri ve piezoelektrik katsayılar hakkında bilgi verilmiştir. Üçüncü bölümde mevcut literatür detaylı bir şekilde taranmış ve yapılan çalışmalar yorumlanmıştır. Dördüncü bölümde ankastre bir Euler-Bernoulli kirişinin aktif titreşim kontrolü LQR kontrol algoritması kullanılarak gerçekleştirilmiş, piezoelektrik sensör ve eyleyicinin kiriş üzerindeki konumunun kontrolcünün kontrol performansına etkisi incelenmiştir. Beşinci bölümde Kirchhoff ince plaka teoremi kullanılarak izotropik bir plakanın sonlu elamanlar modeli oluşturulmuş ve plakanın statik eğilme analizi, dinamik analizi, aktif titreşim kontrolü ve statik geometri kontrolü yapılmıştır. Plakanın titreşim kontrolünde

hız geri besleme kontrol yöntemi kullanılmış olup dinamik analizinde ise Newmark  $\beta$  integrasyon metodu kullanılmıştır. Altıncı bölümde, FDM bir plakanın FDPM sensör ve eyleyicilerle aktif titreşim kontrolü, serbest titreşim analizi, statik eğilme analizi ve dinamik analizi birinci mertebeden kayma deformasyon teorisi kullanılarak farklı kuvvet yasası indeksleri, farklı en boy oranları ve farklı sınır koşulları için incelenmiştir. FDM plakanın titreşim kontrolünde LQR kontrol algoritması kullanılmıştır. Piezoelektrik sensör ve eyleyicilerin optimum yerlerinin belirlenmesinde maksimum şekil değiştirme yöntemi kullanılmıştır. Yedinci bölümde ise elde edilen analiz sonuçları yorumlanmıştır.

## BÖLÜM 2

### PIEZOELEKTRİK MALZEMELER

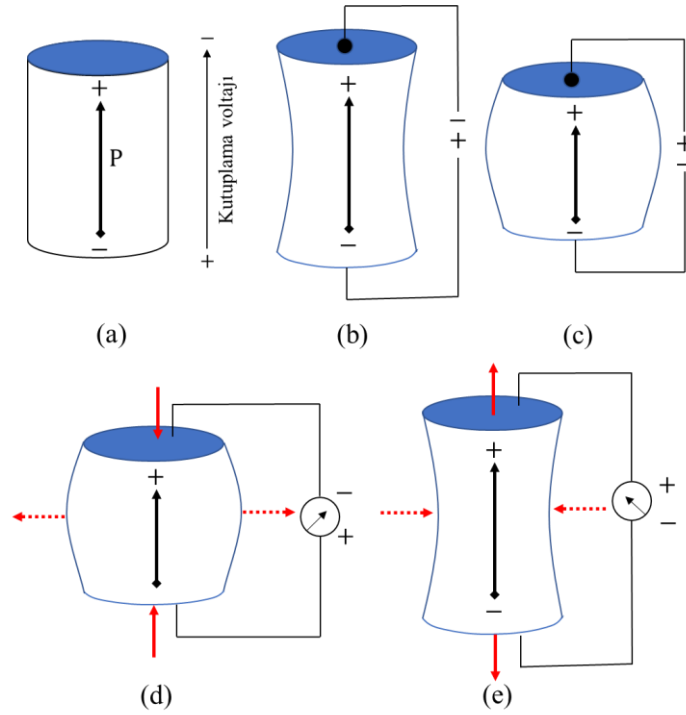
Bu bölümde, piezoelektrik malzemeler ve FDPM hakkında özet bilgi verilip, piezoelektrik etkinin oluşumu, piezoelektrik bünye denklemleri, piezoelektrik etki modları ve piezoelektrik katsayılar ele alınmıştır. Piezoelektrik malzemeler elektrik enerjisini mekanik enerjiye, mekanik enerjiyi de elektrik enerjiye dönüştürme özelliğine sahip aktif akıllı malzemelerin başında gelmektedir. Dış uyarılara mükemmel tepki verme yetenekleri sayesinde elektromekanik sistemler, kontrol sistemleri, sağlık izleme sistemleri ve havacılık sistemleri gibi mühendislik uygulamalarında sensör ve eyleyici olarak yaygın bir şekilde kullanılmaktadırlar. "Piezo" kelimesi, "basınç" terimi ile eşanlamlı Yunanca bir kelimedenden türemiştir. Piezoelektrik etki, kristallerinin mekanik deformasyona uğradığında elektrik dipollerinin oluştuğu kuvars, turmalin ve topaz gibi sentrosimetrik olmayan kristaller malzemelerde meydana gelmektedir [4]. Günümüzde düz piezoelektrik etki olarak adlandırılan bu etki 1880'de Pierre ve Paul-Jacques Curie tarafından keşfedilmiştir ve piezoelektrik malzemelerin sensör olarak uygulanmasında kullanılmaktadır [5]. Ayrıca bu kristaller ters etki göstererek elektriksel alana maruz bırakıldığında mekanik deformasyona uğramaktadır. Bu etkide ters piezoelektrik etki olarak adlandırılmaktadır ve piezoelektrik malzemelerin eyleyici olarak uygulanmasında kullanılmaktadır [6]. Ters piezoelektrik etki 1881 yılında Lippmann tarafından termodinamiğin temel kanunlarından faydalanarak matematiksel olarak açıklanmıştır [7]. Turmalin ve kuvars doğal piezoelektrik özelliğe sahip olduğu ilk keşfedilen piezoelektrik malzemelerdir ve ikisi de sentrosimetrik olmayan kristal grubundadır [8]. Fakat bu tür doğal piezoelektrik etkiye sahip malzemelerin düşük enerji dönüşüm kabiliyetine ve düşük mekanik dayanıma sahip olmaları ayrıca istenen boyut ve şekillerde üretilememesi sebebiyle sentetik piezoelektrik malzemeler üretilmiştir [6]. Günümüzde, ticari piezoelektrik malzemeler çeşitli şekil ve boyutlarda seramik ve polimer olarak üretilmektedir. Sert ve kırılğan bir yapıya sahip olan kurşun zirkonat

titanat (PZT) günümüzde en çok kullanılan piezoseramiklerdir. PZT malzemeler yüksek elastikiyet modülü, kırılma ve düşük gerilme mukavemeti gibi seramik malzemelerin çoğu özelliğini taşımaktadırlar [9]. Yüksek dirençlilikleri sayesinde, daha çok eyleyici olarak kullanımları yaygındır. Ayrıca yüksek şekil değiştirme katsayılarına sahip olmaları sebebiyle sensör olarak da kullanılabilirlerdir. Bu özellikleri PZT malzemelere sensör eyleyici çifti olarak çalışabilme için gerekli tüm şartları sağlamaktadır. Diğer yandan esnek bir yapıya sahip olan poliviniliden florür (PVDF) de en çok kullanılan piezopolimerlerdir. PVDF malzemeler düşük elastikiyet modülüne sahip olmaları sebebiyle düşük dirençlilik gösterirler. Bu sebeple, ana yapının dinamik davranışını etkileme olasılığı oldukça düşük olduğundan, sensör olarak kullanımları daha uygundur [9]. Ayrıca PVDF malzemelerin polimer ve çok esnek olmaları, istenilen kalınlıkta ve şekilde üretilerek eğimli yüzeylerde bile kullanılmasına olanak sağlamaktadır. PVDF malzemelerin bu özellikleri, PZT malzemelere göre oldukça düşük piezoelektrik gerilim katsayılarına sahip olmalarına rağmen sensör uygulamaları için daha avantajlı hale getirmektedir.

## 2.1. PİEZOELEKTRİK ETKİNİN OLUŞUMU

Piezoelektrik malzemeler kristaller ve seramikler olmak üzere ana iki gruba ayrılabilir. Kristal grubundaki en iyi bilinen piezoelektrik malzeme, dünya yüzeyinde en yaygın kristallerden biri olarak bilinen kuvardır ( $\text{SiO}_2$ ). Seramik grubunda ise baryum titanat ( $\text{BaTiO}_3$ ) ve PZT'dir. Pozitif ve negatif iyonların asimetrik düzeni kristallere kalıcı elektrik dipol davranışı kazandırmaktadır. Seramikler kutuplama işleminden önce izotropiktirler ve piezoelektrik özellik göstermezler [10]. Kutuplama işleminden sonra anizotropik olurlar. Seramiklerin piezoelektrik özelliklerini aktive etmek içinse bir kutuplama işlemi gereklidir. Bu işlemde, piezoseramik malzeme önce ısıtılır ve kutuplama yönünde yoğun bir elektrik alanı uygulanır böylelikle iyonlar bu kutuplanma eksenini boyunca yeniden hizalanmaya zorlanır. Seramik soğutulduğunda ve elektrik alan kaldırıldığında, iyonlar bu kutuplanmayı hatırlar ve malzeme artık kalıcı bir kutuplanmaya sahip hale gelir. Kutuplama işlemi tamamlandıktan sonra malzemeye kutuplama voltajından daha düşük bir voltaj uygulandığında piezoelektrik malzemenin boyutlarını değiştirir. Kutuplama voltajı ile aynı polariteye sahip bir voltaj, Şekil 2.1(b)'de gösterildiği gibi kutuplama eksenini boyunca uzamaya ve

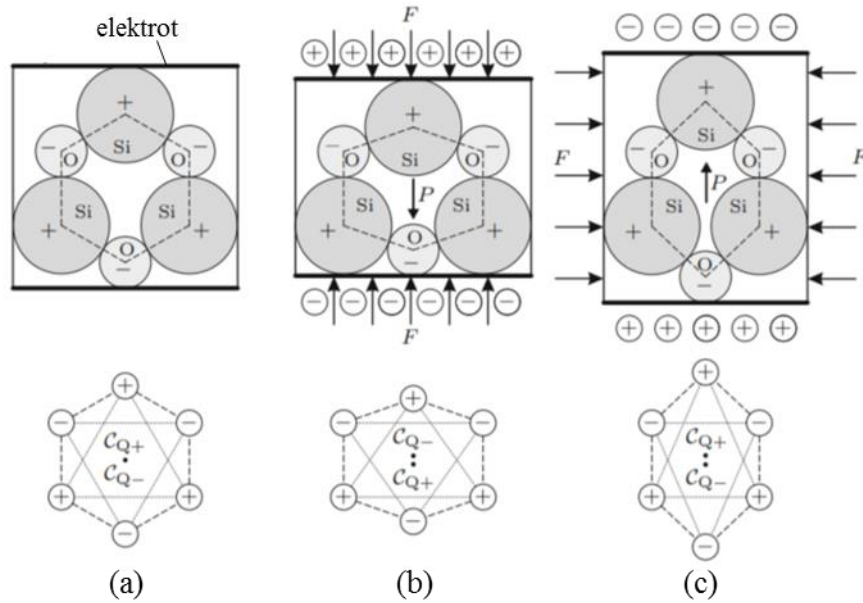
kutuplama eksenine dik doğrultuda daralmaya neden olmaktadır. Benzer şekilde, malzemeye kutuplama gerilimine zıt kutuplu bir gerilim uygulandığında, Şekil 2.1 (c)'de gösterildiği gibi kutuplama eksenini boyunca kısalmaya ve kutup eksenine dik doğrultuda genişlemeye uğramaktadır. Malzemeye alternatif bir gerilim uygulanırsa, uygulanan gerilimin frekansında malzemede döngüsel olarak uzama ve kısalma meydana gelir. Bu mod da çalıştırıldığında, piezoelektrik eleman eyleyici olarak görev yapar yani elektrik enerjisi mekanik enerjiye dönüştürülür. Piezoelektrik malzemeye kutuplama işleminden sonra bir basma ya da çekme kuvveti uygulanırsa, Şekil 2.1 (d), (e)'de gösterildiği gibi bir voltaj üretilir. Şekil 2.1 (d)'de gösterildiği gibi kutuplama eksenini boyunca bir basma kuvveti veya kutuplama eksenine dik olarak uygulanan bir çekme kuvveti uygulandığında, üretilen voltajın kutuplama voltajı ile aynı polariteye sahip olacağı gösterilmektedir. Şekil 2.1 (e)'de ise kutuplama eksenini boyunca bir çekme kuvveti uygulandığında veya kutuplama eksenine dik bir basma kuvveti uygulandığında zıt kutuplu bir voltaj oluştuğu gösterilmektedir [11].



Şekil 2.1. Düz ve ters piezoelektrik etkinin gösterimi [11].

Düz piezoelektrik etkinin oluşumunu daha ayrıntılı incelemek amacıyla, Şekil 2.2'de gösterildiği gibi silisyum (Si) ve oksijen (O) kimyasal elementlerinden oluşan doğal

kuvars kristali ( $\text{SiO}_2$ ) piezoelektrik malzeme olarak ele alınmıştır. Kuvars kristalinin, alt ve üst yüzeyi elektrotlarla kaplıdır. Şekil 2.2 (a)'da kuvars kristalinin herhangi bir kuvvet uygulanmadığı orijinal hali, Şekil 2.2 (b) ve Şekil 2.2 (c) ise kristale farklı doğrultularda kuvvet uygulanmış ve deforme olmuş halleri gösterilmiştir. Orijinal durumda, pozitif yüklerin (silisyum iyonları) merkezi ( $C_{Q+}$ ), negatif yüklerin (oksijen iyonları) merkezi ( $C_{Q-}$ ) ile geometrik olarak çakışır. Yani elektriksel olarak nöüttür. Buna karşılık, Şekil 2.2 (b) ve Şekil 2.2 (c)'deki mekanik deformasyonlar, yük merkezlerinin kaymasına neden olur yani  $C_{Q+}$  ve  $C_{Q-}$  geometrik olarak artık çakışmaz. Sonuç olarak, elektrik dipol momentleri  $C_{Q-}$ 'den  $C_{Q+}$ 'ya doğru ortaya çıkar. Dipol momenti elektriksel kutuplanma ( $P$ ) ile karakterize edilir.  $C_{Q-}$  ve  $C_{Q+}$  arasındaki geometrik mesafe ne kadar büyük olursa, elektriksel kutuplanmanın büyüklüğü o kadar yüksek olmaktadır. Elektriksel dengesizliğini temsil eden malzeme içindeki elektriksel kutuplanmayı telafi etmek için, yükler elektrotlar üzerinde elektrostatik olarak indüklenir. Elektrotlar elektriksel olarak kısa devre yaptırılırsa, bir yük akışı, yani bir elektrik akımı meydana gelir. Alternatif olarak, elektriksel olarak yüklenmemiş elektrotlar arasındaki bir elektrik gerilimi ölçülebilir [12].



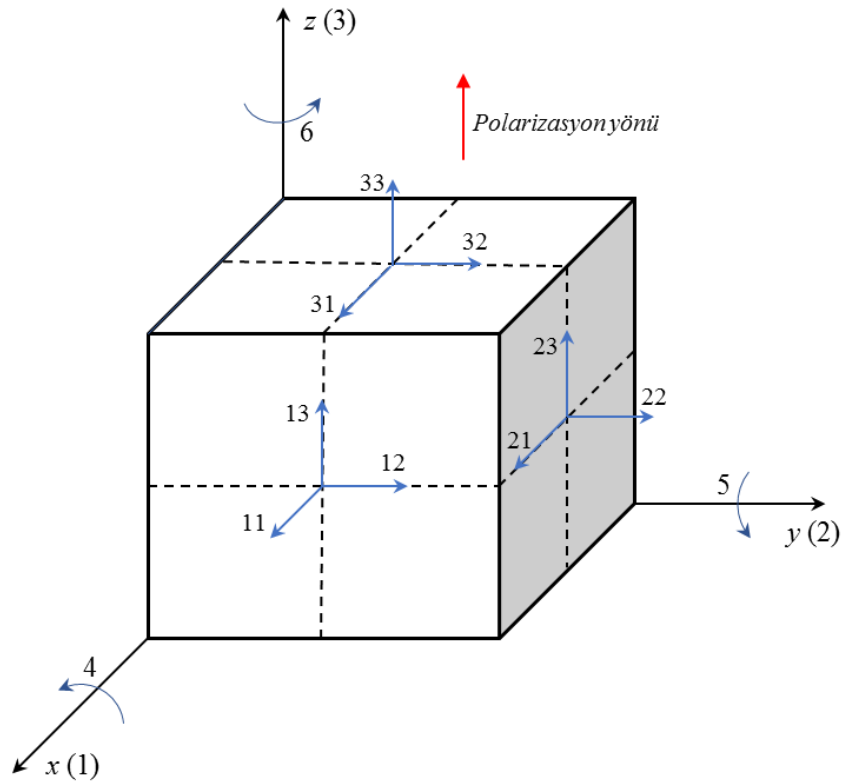
Şekil 2.2. Kuvars kristalinde piezoelektrik etkinin oluşumu [12].

Ters piezoelektrik etki için, aynı işlemler ters yönde gerçekleşir. Elektrotlara bir elektrik gerilimi uygulanırsa, üzerlerinde elektrostatik olarak yükler indüklenecektir.

Bu yükler, malzeme içindeki dipol momenti ile dengelenen bir elektriksel dengesizlik oluşturur. Bu nedenle, pozitif ve negatif yüklerin merkezleri ( $CQ_+$  ve  $CQ_-$ ) geometrik olarak yer değiştirir, bu da piezoelektrik malzemenin mekanik olarak deformasyona uğramasına neden olur.

## 2.2. PİEZOELEKTRİK MALZEMELERİN EKSEN NOTASYONU

Piezoseramik malzemeler anizotropik yapıya sahip olduklarından dolayı fiziksel katsayıları, hem uygulanan mekanik ya da elektriksel kuvvetin doğrultusu ile hem de bu kuvvetlere dik doğrultu ile ilişkilidir. Bu sebeple, genellikle her bir katsayı iki alt indis içermektedir. Piezoseramik malzemeler için geleneksel eksen notasyonu Şekil 2.3'te gösterilmiştir. Bu notasyonda x, y ve z eksenleri sırasıyla 1, 2, ve 3 indisleri ile ifade edilirken bu eksenler etrafındaki kayma 4, 5 ve 6 indisleri ile ifade edilir. z (3) eksenini pozitif kutuplanma yönü olarak ele alınır.



Şekil 2.3. Piezoseramik malzemeler için koordinant sistemi eksen notasyonu.

### 2.3. PİEZOELEKTRİK BÜNYE DENKLEMLERİ

Piezoelektrik malzemelerin elektro-mekanik özelliklerinin tanımlanmasında literatürde kabul gören IEEE piezoelektrik standardı temel alınmış piezoelektrik malzemelerin lineer davranış gösterdiği kabul edilmiştir [13]. Genel olarak piezoelektrik malzemelerin lineer bünye denklemleri ters piezoelektrik etki için denklem (2.1), düz piezoelektrik etki için denklem (2.2)'deki gibi yazılabilir [14].

$$\{\varepsilon_i\} = [S_{ij}^E]\{\sigma_j\} + [d_{mi}^t]\{E_m\} \quad (2.1)$$

$$\{D_m\} = [d_{mi}^d]\{\sigma_i\} + [\xi_{ik}^\sigma]\{E_k\} \quad (2.2)$$

Burada alt indisler  $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  ve  $m, k = 1, 2, 3$  tür ve Şekil 2.3'te gösterilen koordinat sistemindeki yönleri ifade etmektedir.  $\{\varepsilon_i\}$ ,  $[S_{ij}]$ ,  $\{\sigma_i\}$ ,  $[d_{mi}^d]$ ,  $[d_{mi}^t]$ ,  $\{E_m\}$ ,  $\{D_m\}$  ve  $[\xi_{ik}]$  sırasıyla şekil değiştirme vektörünü ( $m/m$ ), elastik uygunluk matrisini ( $m^2/N$ ), gerilme vektörünü ( $N/m^2$ ), düz piezoelektrik etki için piezoelektrik şekil değiştirme matrisini ( $C/N$ ), ters piezoelektrik etki için piezoelektrik şekil değiştirme matrisini ( $m/V$ ), elektrik alan vektörünü ( $V/m$ ), elektriksel yer değiştirme vektörünü ( $C/m^2$ ) ve elektriksel geçirgenlik matrisini ( $F/m$ ) ifade etmektedir. Ayrıca, üst indis  $E$  ve  $\sigma$  sabit elektrik alan ve sabit gerilmede alınan ölçümleri ifade ederken üst indis  $d$  ve  $t$  düz ve ters piezoelektrik etkiyi ifade etmektedir.  $\sigma_i$  gerilme vektörü,  $\varepsilon_i$  şekil değiştirme vektörü,  $E_m$  elektriksel alan vektörü ve  $D_m$  elektriksel yer değiştirme vektörü Şekil 2.3'de belirtilen notasyon kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$



Denklem (2.1) ve Denklem (2.2) matris formatında denklem (2.5) ve (2.6)'daki gibi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} & \xi_{13} \\ \xi_{21} & \xi_{22} & \xi_{23} \\ \xi_{31} & \xi_{32} & \xi_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

Piezoseramikler mekanik olarak izotropiktir ve kutuplama işlemi sayesinde, piezoelektrik özellikler söz konusu olduğunda kutuplama yönüne normal düzlemde enine izotropik kabul edilebilir [9]. Piezoelektrik malzemenin, 3 eksen yönünde kutuplandığı ve enine izotropik malzeme olduğu göz önünde bulundurularak elastik uygunluk matrisi için:

$$\begin{aligned} S_{ij} = S_{ji} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad j = 4, 5, 6 \\ S_{45} = S_{46} = S_{56} = S_{65} = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

piezoelektrik şekil değiştirme matrisi için:

$$\begin{aligned} d_{11} = d_{12} = d_{13} = d_{14} = d_{16} = 0 \\ d_{21} = d_{22} = d_{23} = d_{25} = d_{26} = d_{34} = d_{35} = d_{36} = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

dielektrik katsayısı matrisi için:

$$\xi_{12} = \xi_{13} = \xi_{21} = \xi_{23} = \xi_{31} = \xi_{32} = 0 \quad (2.9)$$

eşitlikleri denklem (2.5) ve (2.6)'da yerine yazılırsa piezoelektrik bünye denklemleri denklem (2.10) ve (2.11)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \xi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

Denklem (2.10)'daki piezoelektrik şekil değiştirme matrisi incelendiğinde  $d_{31}$ ,  $d_{32}$  ve  $d_{33}$  katsayılarının 1, 2 ve 3 yönündeki normal şekil değiştirmeler ile 3 yönündeki  $E_3$  elektrik alanını,  $d_{24}$  katsayısının  $\varepsilon_4$  kayma şekil değiştirmesi ile  $E_2$  elektrik alanını ve  $d_{15}$  katsayısının da  $\varepsilon_5$  kayma şekil değiştirmesi ile  $E_1$  elektrik alanını ilişkilendirdiği görülmektedir. Ayrıca piezoelektrik şekil değiştirme matrisinin son satırının sıfır olması sebebiyle herhangi bir yönde elektrik alanı uygulanması durumunda 12 düzleminde şekil değiştirme meydana gelmeyecektir ya da 12 düzleminde meydana gelen kayma şekil değiştirmesi herhangi bir elektriksel yük oluşturmayacaktır [4].

## 2.4. PİEZOELEKTRİK KATSAYILAR

### 2.4.1. Piezoelektrik Şekil Değiştirme Katsayısı ( $d_{mi}$ )

Piezoelektrik şekil değiştirme katsayısı ters piezoelektrik etki için, elde edilen serbest şekil değiştirmenin uygulanan elektriksel alana oranı olarak, düz piezoelektrik etki için ise elde edilen elektriksel yer değiştirmenin uygulanan mekanik gerilmeye oranı olarak ifade edilebilir.  $m$  alt indisi uygulanan elektriksel alanın yada gerilmenin yönünü,  $i$  alt indisi ise elde edilen mekanik şekil değiştirme yada elektriksel yer değiştirmenin yönünü ifade etmektedir.  $a \times b \times h$  boyutlarındaki dikdörtgen bir piezoelektrik

malzemeye herhangi bir mekanik gerilmeye maruz bırakılmadan 3 eksen yönünde V voltajı uygulandığında 1 ekseninde meydana gelen şekil değiştirme denklem (2.14)'deki gibi elde edilir.

$$\varepsilon_1 = d_{31}E_3 \quad (2.12)$$

$$E_3 = \frac{V}{h} \quad (2.13)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta a}{a} = d_{31} \frac{V}{h} \quad (2.14)$$

Aynı piezoelektrik malzemeye 3 eksen yönünde bir F kuvveti uygulanırsa, elde edilen elektriksel yer değiştirme ve elektriksel yük denklem (2.17)'deki gibi elde edilir.

$$D_3 = d_{33}\sigma_3 \quad (2.15)$$

$$\sigma_3 = \frac{F}{ab} \quad (2.16)$$

$$D_3 = d_{33} \frac{F}{ab}, q_3 = d_{33}F \quad (2.17)$$

PZT malzemelerin  $d_{31}$  katsayısı negatif bir değere sahipken  $d_{33}$  kat sayısı poziftir. Yani bu kutuplanma yönündeki pozitif elektrik alanının malzemede kısıalma şekil değiştirmesi meydana getireceği anlamına gelmektedir.

#### 2.4.2. Piezoelektrik Gerilme Katsayısı ( $e_{mi}$ )

Piezoelektrik malzemelerin lineer bünye denklemleri gerilme - elektriksel yer değiştirme formatında denklem (2.18) ve (2.19)'daki gibi yazılabilir.

$$\sigma_i = C_{ij}^E \varepsilon_j - e_{mi}E_m \quad (2.18)$$

$$D_m = e_{mi}\varepsilon_i + \xi_{ik}^\sigma E_k \quad (2.19)$$

Piezoelektrik gerilme katsayısı ters piezoelektrik etki için, elde edilen gerilmenin uygulanan elektriksel alana oranı olarak, düz piezoelektrik etki için ise elde edilen elektriksel yer değiştirmenin uygulanan mekanik şekil değiştirmeye oranı olarak ifade edilebilir.

#### 2.4.3. Elastik Uygunluk Katsayısı ( $S_{ij}$ )

Elastik uygunluk katsayısı  $S_{ij}$ ,  $i$  eksenindeki şekil değiştirmenin,  $j$  eksenindeki gerilmeye oranını yani Young modülünün tersini ifade etmektedir. 1, 2 ve 3 alt indisleri normal gerilme ve şekil değiştirmeyi ifade ederken 4, 5 ve 6 alt indisleri kayma gerilmesi ve şekil değiştirmesini ifade etmektedir. Örneğin,  $S_{13}$  katsayısı 3 eksenini doğrultusundaki normal gerilme karşısında 1 eksenini doğrultusundaki şekil değiştirmeyi ifade eder.

#### 2.4.4. Dielektrik Katsayısı ( $\xi_{ik}$ )

Bir piezoelektrik malzeme için elektriksel geçirgenlik veya dielektrik katsayısı  $\xi_{ij}$ , elektriksel yer değiştirmenin uygulanan birim elektrik alanına oranını olarak tanımlanabilir.  $\xi^T$  sabit gerilme altındaki elektriksel geçirgenlik,  $\xi^S$  ise sabit şekil değiştirmedeki elektriksel geçirgenliktir. Birinci alt indis  $i$  elde edilen elektriksel yer değiştirmenin yönünü, ikinci alt indis  $k$  ise uygulanan elektriksel alanın yönünü belirtmektedir. Örneğin,  $\xi_{33}^T$  sabit gerilme altında 3 yönündeki elektrik alan ve elektriksel yer değiştirme için geçirgenlik değerini ifade etmektedir. Literatürde genel olarak piezoelektrik malzemelerin dielektrik özellikleri kullanım kolaylığı açısından bağıl dielektrik katsayısı ile ifade edilmektedir. Bağıl dielektrik katsayısı  $K_d$ , malzemenin mutlak geçirgenliğinin vakum geçirgenliğine ( $\xi_0$ ) oranıdır ve denklem (2.20) ile hesaplanmaktadır.

$$K_d = \frac{\xi}{\xi_0}, \quad \xi_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m} \quad (2.20)$$

#### 2.4.5. Piezoelektrik Etkileşim Katsayısı ( $k_{ij}$ )

Piezoelektrik etkileşim katsayısı  $k_{ij}$ , piezoelektrik malzemenin elektrik enerjisini mekanik enerjiye, mekanik enerjiyi de elektrik enerjisine dönüştürme kabiliyeti olarak tanımlanabilir.  $i$  alt indisi yüzey elektrotlarının dik olduğu eksenini yani elektriksel yük akışının yönünü ifade ederken,  $j$  alt indisi de  $j$  eksenini doğrultusundaki gerilme ya da şekil değiştirmeyi ifade eder. Örneğin, 3 yönünde elektriksel alan uygulanarak 1 yönünde mekanik şekil değiştirmeye uğrayan piezoelektrik malzemede elde edilen mekanik enerjinin uygulanan elektrik enerjisine oranı  $k_{31}$  etkileşim katsayısı ile belirlenir. Piezoelektrik etkileşim katsayısı düz piezoelektrik etki için denklem (2.21), ters piezoelektrik etki için denklem (2.22)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$k^2 = \frac{\text{oluşan elektrik enerjisi}}{\text{uygulanan mekanik enerji}} \quad (2.21)$$

$$k^2 = \frac{\text{oluşan mekanik enerji}}{\text{uygulanan elektrik enerjisi}} \quad (2.22)$$

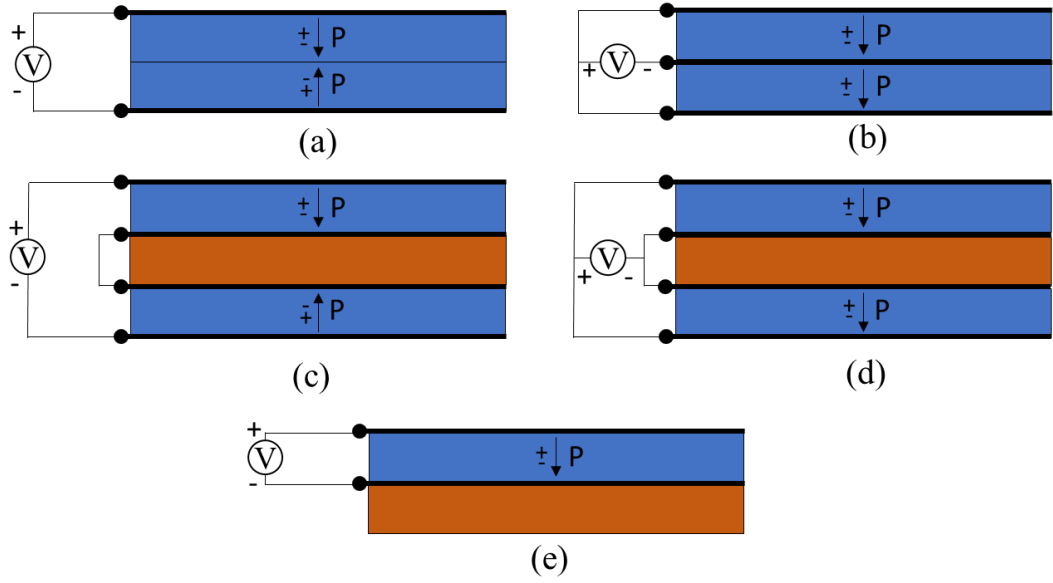
#### 2.4.6. Piezoelektrik Voltaj Katsayısı ( $g_{ij}$ )

Piezoelektrik voltaj katsayısı düz piezoelektrik etki için  $j$  ekseninde uygulanan gerilme sonucu  $i$  ekseninde oluşan elektrik alanını, ters piezoelektrik etki içinse malzemeye  $i$  ekseninde uygulanan elektrik alan sonucu  $j$  ekseninde meydana gelen şekil değiştirmeyi ifade etmektedir. Örneğin,  $g_{31}$  katsayısı 1 ekseninde uygulanan gerilme sonucu 3 ekseninde meydana gelen elektrik alanı ifade etmektedir. Piezoelektrik voltaj katsayısı piezoelektrik şekil değiştirme katsayısının dielektrik katsayıya oranı olarak denklem (2.23)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$g_{31} = \frac{d_{31}}{\xi_{33}} \quad (2.23)$$

## 2.5. PİEZOELEKTRİK SENSÖR VE EYLEYİCİLERİN YAYGIN OLARAK KULLANILAN KONFIGÜRASYONLARI

Piezoelektrik yapılardan daha fazla eğme momenti, daha fazla elektrik enerjisi ya da daha fazla yer değiştirme elde etmek için Şekil 2.4'te gösterildiği gibi piezoelektrik sensör ve eyleyiciler çeşitli konfigürasyonlarda üretilirler.



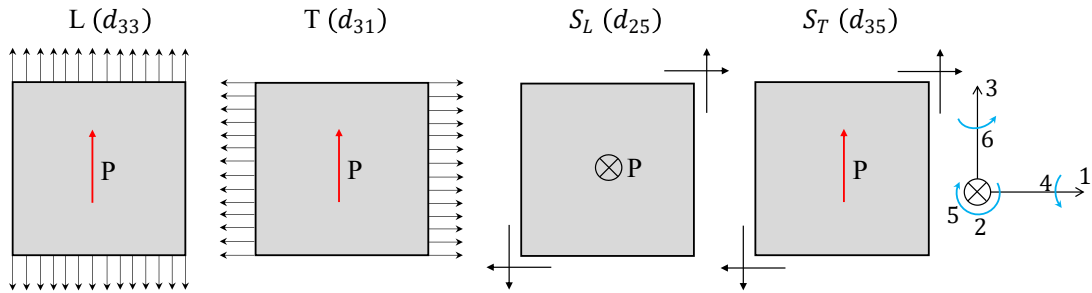
Şekil 2.4. Piezoelektrik sensör ve eyleyici konfigürasyonları: (a) seri bağlı bimorf, (b) paralel bağlı bimorf, (c) seri bağlı trimorf, (d) paralel bağlı trimorf, (e) unimorf.

Bu konfigürasyonlardan en basiti Şekil 2.4 (e)'de gösterildiği gibi ince bir piezoelektrik plakanın piezoelektrik olmayan esnek bir plakaya yapıştırılmasıyla elde edilen unimorf yapıdır. Bir aktif ve bir pasif plakadan oluşan unimorf yapılarda eğilme, aktif piezoelektrik plakanın enine deformasyonunun pasif plaka tarafından sınırlandırılması ile elde edilir. Diğer bir konfigürasyon çeşidi de iki aktif piezoelektrik plaka ile elde edilen bimorf yapıdır. Bimorf yapılarda uygulanan elektrik alan sonucu bir plakanın genişlemesi diğer plakanın kısılması ile eğilme elde edilir. Bu sebeple hem unimorf yapı hem de bimorf yapı eyleyici olarak kullanılabilir. Bimorf yapılar seri bağlantılı ve paralel bağlantılı olmak üzere ikiye ayrılırlar. Piezoelektrik malzemeler belirli bir yönde kutuplandırılarak üretildiği için kutuplama voltajından yüksek bir voltaj uygulanırsa kutuplanma bozulabilir ya da malzeme zarar görebilir. Bu sebeple bimorf yapılarda voltaj uygulanmadan önce seri ya da paralel bağlı

olduğunun tespiti önemlidir [15]. Şekil 2.4 (a)'da gösterildiği gibi seri bağlantılı bimorflarda her iki piezoelektrik plaka zıt kutuplanma yönüne sahiptir ve elektrik alan plakanın kalınlık yönünde yani z ekseninde uygulanır. Şekil 2.4 (b)'de gösterildiği gibi paralel bağlı bimorflarda ise piezoelektrik plakalar aynı kutuplanma yönüne sahiptir ve elektrik alan her bir plakaya zıt kutuplarda uygulanır. Her iki durumda da uygulanan elektrik alanı, bir plakadaki kutuplanma yönü ile aynı yönde iken, diğer plakada zıt yöndedir, böylelikle enine şekil değiştirme eğilme deformasyonuna dönüştürülmektedir. Bir diğer konfigürasyon çeşidi de pasif bir plakanın alt ve üst yüzeyine iki aktif piezoelektrik plakanın yapıştırılması ile elde edilen trimorf yapıdır (Şekil 2.4 (c), Şekil 2.4 (d)). Trimorf yapılar unimorf ve bimorf yapıların birleşimi olarak düşünülebilir. Aynı elektrik gerilimi ile paralel bağlı bir eyleyicinin çalışma kapasitesi seri bağlı eyleyiciye göre iki katıdır. Bu sebeple bimorfların eyleyici olarak kullanılmasında paralel bağlantı kullanılması daha uygundur. Aynı mekanik kuvvetin etkisi altındaki seri bağlantılı bimorf yapıdan elde edilen elektrik gerilimi paralel bağlantıdaki iki katıdır. Bu sebeple sensör uygulamalarında seri bağlantının kullanılması tercih edilmektedir [16].

## 2.6. PİEZOELEKTRİK ETKİ MODLARI

Denklem 2.6'da verilen piezoelektrik şekil değiştirme matrisine göre piezoelektrik malzemelerde elektrik ve mekanik özellikleri eşleştiren toplamda on sekiz olasılık vardır ( $d_{11}, d_{12}, d_{13} \dots d_{36}$ ). Her olasılık, dört spesifik piezoelektrik eşleşme modundan birine aittir. Bu modlar boyuna, enine, boyuna kayma ve enine kayma modu olarak adlandırılır [12]. Bu dört farklı etki modu Şekil 2.5 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.5. Piezoelektrik etki modları [12].

Boyuna mod L ( $d_{11}, d_{22}, d_{33}$ ): Boyuna modda uygulanan mekanik gerilmeye karşılık olarak gerilme yönünde elektriksel kutuplanma meydana gelir.

Enine mod T ( $d_{12}, d_{13}, d_{21}, d_{23}, d_{31}, d_{32}$ ): Enine modda boyuna modun tersine elektriksel kutuplanma, uygulanan mekanik gerilmeye dik doğrultuda meydana gelir.

Boyuna kayma modu  $S_L$  ( $d_{14}, d_{25}, d_{36}$ ): Boyuna kayma modunda Şekil 2.5'te gösterildiği gibi bir kayma gerilmesi uygulandığında elektriksel kutuplanma kayma düzleminde dik düzlemde meydana gelir.

Enine kayma modu  $S_T$  ( $d_{15}, d_{16}, d_{24}, d_{26}, d_{34}, d_{35}$ ): Enine kayma modunda, boyuna kayma modunun tersine kutuplanma kayma düzleminde meydana gelmektedir.

## **2.7. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER (FDM) VE FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK MALZEMELER (FDPM)**

Genel olarak, mühendislik uygulamalarında katmanlı kompozit yapılar oluşturmak için farklı özelliklere sahip homojen katmanlar birbirine yapıştırılır. Bununla birlikte, katmanlı bir kompozitte bitişik katmanlar boyunca malzeme özelliklerinin süreksizliği, ara yüzlerde çatlak başlangıcına veya delaminasyona neden olabilir. Katmanlı kompozit yapıların bu dezavantajlarını azaltmak için fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) malzemeler üretilmiştir.

FD malzemeler, belirli bir matematiksel modelde malzeme özelliklerinin bir yüzeyden diğerine belirli bir yön boyunca sürekli olarak değiştiği iki veya daha fazla bileşen fazdan oluşan kompozit malzemeler olarak tanımlanabilir. Kemik, bambu ve diğ doğal FD malzemelerdir. Bu özellikleri sayesinde FD malzemelerde, katmanlı kompozitlerde sıklıkla karşılaşılan gerilme süreksizliği ortadan kaldırabilmekte ve böylece delaminasyonla ilgili sorunları önlenebilmektedir. FD malzemeler genel olarak ara yüz problemlerini ve termal gerilme yığılmalarını azaltan seramik-metal kompozitler şeklinde üretilirler. Seramik bileşen, düşük ısıl iletkenliği nedeniyle yüksek sıcaklık dayanımı sağlarken, sünek metal bileşen, yüksek sıcaklıktan



kaynaklanan gerilmelerin neden olduğu kırılmayı önler ve daha güçlü mekanik performans sağlar.

Benzer şekilde fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik (FDP) malzemelerde unimorf, bimorf ve multimorf olarak üretilen geleneksel piezoelektrik sensör ve eyleyicilerin bağlayıcı katmandaki düşük sıcaklıklarda çatlama, yüksek sıcaklıklarda sürünme ve katmanlar arasındaki gerilme bölgesi oluşma problemlerini ortadan kaldırmak için yakın zamanda bir piezoelektrik malzeme sınıfı olarak geliştirilmiştir.

FDP malzemelerin mekanik ve elektriksel malzeme özellikleri kuvvet yasası, üstel yasa ve sigmoid yasa olmak üzere üç farklı matematiksel fonksiyon ile belirlenebilmektedir [6].

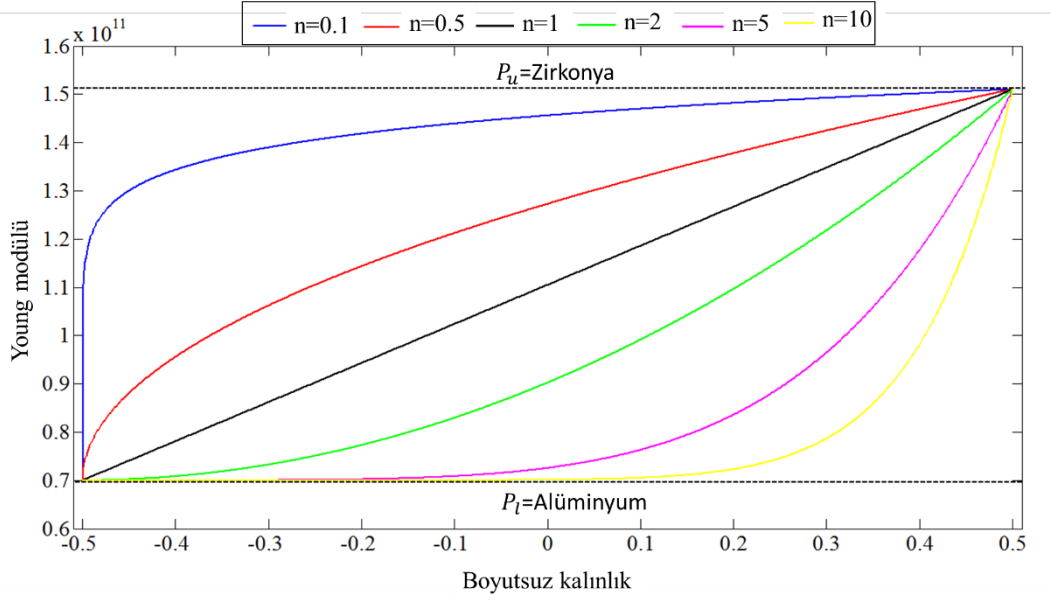
### 2.7.1. Kuvvet Yasası Fonksiyonu

Kuvvet yasasına göre FDP malzemenin efektif malzeme özellikleri denklem (2.24)'de gösterildiği gibi  $n$  kuvvet yasası indeksine göre belirlenmektedir.

$$P_{eff}(z) = (P_u - P_l) \left( \frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^n + P_l, \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (2.24)$$

Burada  $z$  tarafsız eksenden olan mesafeyi,  $h$  malzemenin kalınlığını,  $P_u$  ve  $P_l$  malzemenin üst ve alt yüzeyinin özelliklerini ifade etmektedir. Şekil 2.6'da üst yüzeyi zirkonya alt yüzeyi alüminyum olarak seçilen FD malzemenin Young modülü parametresinin  $n$  kuvvet yasası indeksine göre kalınlık boyunca değişimi gösterilmiştir.

Kuvvet yasası indeksinin aralığı sıfırdan sonsuza kadardır. Yani alt yüzeyi metal üst yüzeyi seramik olan bir FD malzeme düşünüldüğünde,  $n = 0$  için malzeme seramik özellik göstermekte iken  $n = \infty$  için malzeme metalik özellik göstermektedir.



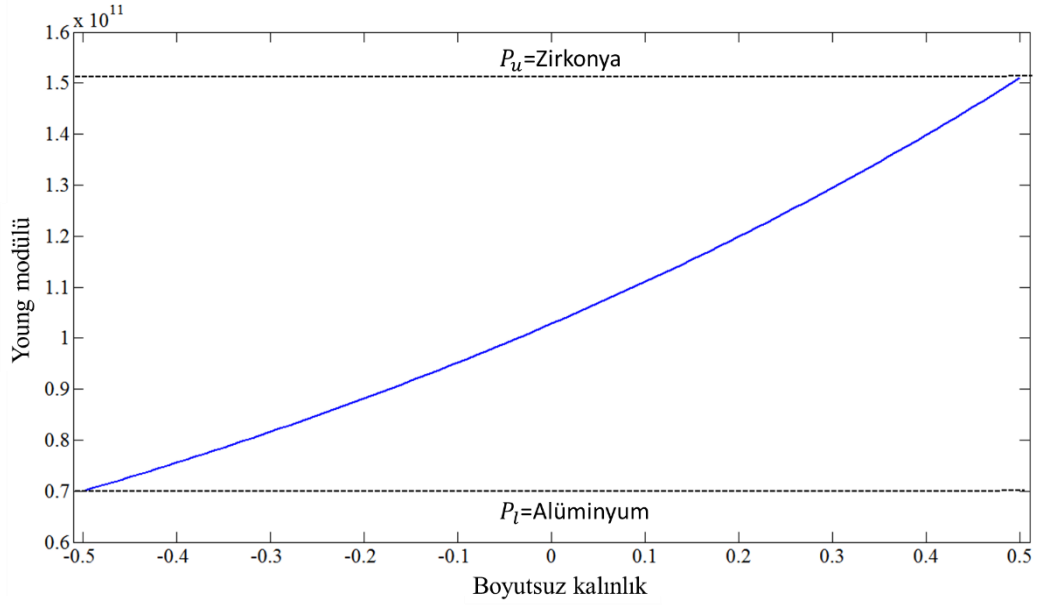
Şekil 2.6. Young modülü parametresinin kuvvet yasası fonksiyonuna göre değişimi.

### 2.7.2. Üstel Yasa Fonksiyonu

Üstel yasaya göre FDP malzemenin efektif malzeme özellikleri denklem (2.25) ile hesaplanmaktadır.

$$P_{eff}(z) = P_l e^{\left(\frac{1}{h} \ln\left(\frac{P_u}{P_l}\right)\left(z + \frac{h}{2}\right)\right)} - \frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (2.25)$$

Şekil 2.7’de üst yüzeyi zirkonya alt yüzeyi alüminyum olarak seçilen FD malzemenin Young modülü parametresinin üstel yasa fonksiyonuna göre kalınlık boyunca değişimi gösterilmiştir.



Şekil 2.7. Young modülü parametresinin üstel yasa fonksiyonuna göre değişimi.

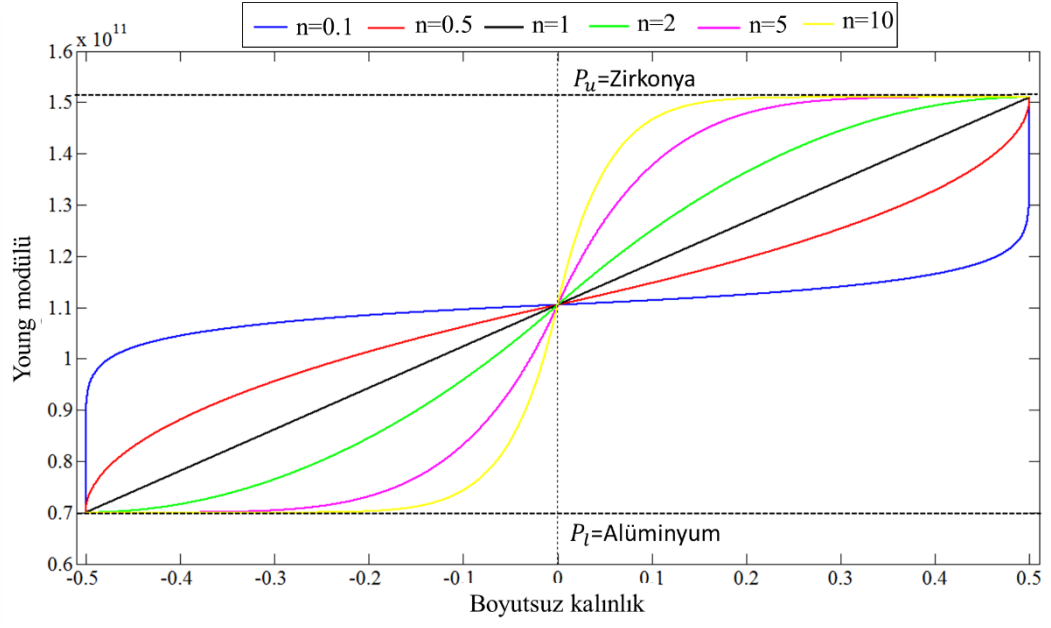
### 2.7.3. Sigmoid Yasa Fonksiyonu

Sigmoid yasa, gerilme yığılmalarının etkisini azaltmak için Chi ve Chung (2002) tarafından ortaya koyulmuştur [17]. Sigmoid yasa fonksiyonu iki farklı kuvvet yasası fonksiyonu ile denklem (2.26)'daki gibi ifade edilmektedir.

$$P_{eff}(z) = (P_u - P_l) \frac{1}{2} \left( \frac{\frac{h}{2} + z}{\frac{h}{2}} \right)^n + P_l, \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq 0$$

$$P_{eff}(z) = (P_u - P_l) \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{\frac{h}{2} - z}{\frac{h}{2}} \right)^n \right) + P_l, \quad 0 \leq z \leq \frac{h}{2}$$
(2.26)

Şekil 2.8'de üst yüzeyi zirkonya alt yüzeyi alüminyum olarak seçilen FD malzemenin Young modülü parametresinin sigmoid yasa fonksiyonuna göre kalınlık boyunca değişimi gösterilmiştir.



Şekil 2.8. Young modülü parametresinin sigmoid yasa fonksiyonuna göre değişimi.

## BÖLÜM 3

### LİTERATÜR TARAMASI

Piezoelektrik eyleyici ve sensörler kullanım alanına göre elde edilen eğme momenti, blokaj kuvveti, elektrik enerjisi ya da serbest uç yer değiştirmesi gibi parametrelere bağlı olarak unimorf, bimorf ve trimorf olarak çeşitli konfigürasyonlarda üretilirler.

Piezoelektrik eyleyici kalınlığının ince kompozit bir plakanın efektif eğilme momentine etkisi Kim ve Jones tarafından 1991 yılında çalışılmıştır [18]. Çalışmada, sabit bir elektrik alan etkisi altında eğilme momentlerini maksimum yapan optimum bir piezoelektrik eyleyici kalınlığı olduğu belirtilmiştir. Piezoelektrik eyleyici için optimum kalınlığın, bir çelik plaka için yaklaşık yarım plaka kalınlığı ve bir alüminyum plaka için çeyrek plaka kalınlığı olduğu, optimum kalınlığın Young modülünden etkilendiği ve Young modülü yüksek eyleyicilerin daha fazla eğilme momenti sağladığı, bağlayıcı katmanın eğilme momentine etkisi için en önemli faktörünün kalınlığı olduğu, azalan bağlayıcı katman kalınlığı ile eğilme momentinin arttığı ve bağlayıcı katmanın kompozit kalınlığına göre ince olması sebebiyle Young modülü ile Poisson oranı etkisinin oldukça düşük olduğu tespitleri yapılmıştır. Cunningham vd. piezoelektrik eyleyici entegre edilmiş paslanmaz çelik ve alüminyum ankastre kirişlerin maksimum serbest uç yer değiştirme değerleri için optimum eyleyici kalınlığını analitik ve deneysel olarak incelemiştir [19]. DeVoe ve Pisanoa makalelerinde, elektrik yükü etkisi altındaki ankastre piezoelektrik multimorf eyleyicilerin serbest uç yer değiştirmelerinin belirlenmesi için yeni bir model oluşturmuşlardır. Böylelikle katmanların tek tek mekanik, geometrik ve elastik niceliklerini birleştiren bir analitik formülasyon elde etmişlerdir [20]. Wang vd. çalışmalarında ankastre mesnetli piezoelektrik bimorf, unimorf ve rainbow eyleyicilerin eğilme rezonans frekansını, uç yer değiştirmesini ve blokaj kuvvetini geniş bir elektrik alanı ve frekans aralığında hem analitik hem de deneysel olarak incelemiştir. Çalışmada aynı geometrik boyutlara ve aynı elektrik alana sahip

ankastre bimorf eyleyicilerin hem unimorf hem de rainbow eyleyicilerden daha büyük uç yer değiştirmesi ve blokaj kuvveti gösterdiği tespit edilmiştir [21]. Ankastre unimorf ve bimorf eyleyiciler için, üç eyleyici karakteristik parametresi (elektromekanik etkileşim katsayısı, maksimum enerji iletim katsayısı ve maksimum mekanik enerji ıktısı) Wang vd. tarafından incelenmiştir. Çalışmada bimorf eyleyicilerde, bağlayıcı tabakanın etkisi ihmal edildiğinde, bu parametrelerin elektromekanik etkileşim katsayısı  $k_{31}$  ile ilişkili olduğu, unimorf eyleyici durumunda ise bu parametrelerin aynı zamanda Young modülüne ve elastik katmanın kalınlığına da bağlı olduğu tespit edilmiştir [22]. Huang vd. Çok katmanlı bir piezoelektrik kirişin analitik modeli üzerine çalışarak çok katmanlı yapının eğriliği, yer değiştirmesi ve uç sapması için analitik ifadeleri statik durum için türetilmişlerdir. Çalışmada bimorf kirişin farklı çalışma durumlarındaki uç sapmaları karşılaştırılmış ve metal elektrotların konsolun uç sapmaları üzerindeki etkisi incelenmiştir [23]. Lee vd. multimorf eyleyicilerdeki piezoelektrik katman sayısının ve kalınlığının doğal frekansa, maksimum yer değiştirmeye ve çıkış kuvvetine etkisini Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayanarak piezoelektrik katmanların, elektrotların ve piezoelektrik olmayan elastik katmanların dinamiğini de dikkate alarak oluşturdukları model ile incelemişlerdir.

Literatürde, piezoelektrik sensör ve eyleyici kullanarak yapılarda titreşimin aktif olarak sönümlenmesi uzun süredir uygulanmakta ve günümüzde geçerliliği devam etmektedir. Bailey'in 1984 yılında, piezoelektrik polimer formunda yayılı parametrelili eyleyici kullanarak ankastre bir kiriş için aktif titreşim sönümleyici tasarlamış olduğu çalışması bu alandaki çalışmalara öncülük etmiştir [24]. Bailey ve Hubbard 1985 yılında yaptıkları çalışmada, ankastre bir kirişin yapısal titreşim kontrolünü gerçekleştirmek için PVDF filmi eyleyici olarak kullanarak ilk adaptif yapıyı geliştirmişlerdir [25]. Elastik bir yapının yüzeyine parçalı şekilde yapıştırılmış ya da katmanlı kompozit bir yapıya gömülmüş piezoelektrik eyleyiciler için statik ve dinamik analitik modeller Crawley ve de Luis tarafından geliştirilmiştir. Çalışmada piezoelektrik eyleyiciler ile elastik kiriş arasında sonlu kalınlığa sahip bir bağlayıcı katmanın varlığı dikkate alınmıştır. Elde edilen modeller kullanılarak izotropik ve kompozit kirişlerin eyleyiciye uygulanan bir voltaj komutu sonucu kiriş tepkileri elde edilmiştir [26]. Gerhold ve Rocha sabit kazançlı geri besleme kontrolünün (CGFC)

kullanıldığı serbest-serbest sınır koşullarındaki izotropik kirişin aktif titreşim kontrolünde tarafsız eksenden eşit uzaklıkta birbirine paralel bulunan piezoelektrik sensör-eyleyici çiftlerini kullanmışlardır. Çalışmada piezoelektrik elemanların kiriş elemanının kütle ve direngenliği üzerindeki etkisi ihmal edilmiştir [27]. Im ve Atluri eyleyiciler tarafından indüklenen eğilme momentlerine ek olarak enine kesme ve eksenel kuvvet etkisini de içeren izotropik kirişler için bir analitik model oluşturulmuştur [28]. Kiriş gibi tek boyutlu yapıların yüzeyine yapıştırılmış ya da gömülü olarak bulunan piezoelektrik şekil değiştirme eyleyicilerinin ayrıntılı mekaniğini açıklayan iki analitik model ve bir nümerik model Crawley ve Anderson tarafından sunulmuştur. Modeller, uzama, eğilme ve kayma deformasyonlarını ele almaktadır [29]. Fanson ve Caughey piezoelektrik malzemeleri eyleyici ve sensör olarak kullanmış ve ankastre mesnetli bir kirişin ilk altı eğilme modunu pozitif konum geri besleme kontrolcü (PPFC) kullanarak kontrol etmişlerdir [30]. Clark vd. birden fazla piezoelektrik eyleyici ile tahrik edilen basit mesnetli bir kirişin istenilen modlarının tahrik edilmesi için uygun eyleyici konumlarının belirlenmesini analitik olarak incelemişlerdir [31]. Elastik bir yapının yüzeyine titreşim eyleyicisi olarak yapıştırılmış iki boyutlu piezoelektrik malzemelerin davranışı analitik olarak Dimitriadis vd. tarafından incelenmiştir. Uygulanan yöntem değişken dikdörtgen geometrili bir piezoelektrik eyleyici tarafından tahrik edilen basit mesnetli bir plakanın titreşim cevabının elde edilmesi için dinamik model oluşturulmasında kullanılmıştır. Sonuç olarak eyleyici şekli değiştirilerek belirlenen modların tahrik edilmesi veya bastırılmasının mümkün olduğu tespit edilmiştir [32]. Newman, ankastre mesnetli esnek bir kirişin çok modlu dinamik cevabını iki farklı kontrol yasası (pozitif konum geri besleme (PPF), gerinim hızı geri besleme (SRF)) ile analitik olarak incelemiş ve aktif sönümlenme için kullanılan kontrol yöntemlerinin avantajları ve dezavantajlarını sunmuştur [33]. Hem mekanik hem de elektriksel yüklere maruz kalan dağıtılmış piezoelektrik sensör ve eyleyici içeren çok katmanlı kompozitlerin statik, dinamik ve titreşim kontrolü cevabını modellemek için bir sonlu eleman formülasyonu Ha vd. tarafından sunulmuştur. Çalışmada teorik simülasyonlar deneysel çalışma ile doğrulanmış çok girişli çok çıkışlı büyük ölçekli yapılar için uygun kontrol algoritmalarının geliştirilmesinin kritik öneme sahip olduğu tespit edilmiştir [34]. Hwang ve Park piezoelektrik eyleyici ve sensör entegre edilmiş katmanlı bir plakanın sonlu elemanlar modelini oluşturmuş ve sabit kazançlı negatif hız geri besleme

kontrolcü (NVFC) kullanarak kirişin aktif titreşim kontrolünü gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada ayrıca piezoelektrik bimorf bir kirişin çeşitli elektriksel yükleme durumunda statik yer değiştirme analizi yapılmıştır [35]. Lim vd. piezoelektrik sensör ve eyleyici entegre edilmiş alüminyum ankastre bir kirişin sonlu elemanlar modelini oluşturmuş ve kirişin ilk iki rezonans modunun titreşim genliğini azaltmak için sabit kazanç hız geri besleme (CGVFC) ve sabit kazanç konum geri besleme kontrol (CGPFC) yöntemlerini kullanmışlardır [36]. Manning vd. esnekliği oldukça fazla olan akıllı bir kirişin birinci titreşim modu aktif titreşim kontrolünün piezoelektrik sensör ve eyleyici ile sistem tanımlama tekniği (SIT) ve kutup yerleştirme metotlarını (PPM) kullanarak efektif olarak yapılabileceği bir kontrolcü tasarım metodolojisi üzerine çalışmışlardır. Çalışmada, oturma süresi açısından kutup yerleştirme kontrolü performansının en az bir VFC performansı kadar iyi olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca ilk titreşim modu için şekil değiştirmenin ankastre uçta maksimum olduğu serbest uca doğru azalarak sıfıra düştüğü bu sebeple ilk titreşim modunun kontrolünde sensör ve eyleyicinin ankastre uca yakın yerleştirilmesi gerektiğinin tespiti yapılmıştır [37].

Halim ve Moheimani, piezoelektrik sensör ve eyleyici entegre edilmiş basit mesnetli bir kirişin titreşimini bastırmak için bir  $H_\infty$  geri besleme kontrolcü geliştirmişler ve elde edilen sonuçları deneysel olarak da doğrulamışlardır [38]. Singh vd., piezoelektrik malzemelerle akıllı bir kirişin titreşimi kontrol etmek için kirişin sonlu elemanlar formülasyonu üzerinde modal uzay kontrol (MSC) yöntemine dayalı bir kontrol yöntemi geliştirmişlerdir. Bu yöntem, bağımsız modal uzay kontrolü (IMSC) ve modifiye edilmiş bağımsız modal uzay kontrolü (MIMSC) ile karşılaştırılmıştır. Analitik sonuçlar, önerilen yöntemde gereken maksimum geri besleme kontrol voltajının, IMSC ve MIMSC yöntemlerine kıyasla daha da azaldığını göstermiştir [39]. Sensör ve eyleyici olarak hareket eden piezoelektrik katmanlara sahip ince, katmanlı bir plakanın aktif titreşim kontrolü için sonlu eleman formülasyonu Moita vd. tarafından sunulmuştur. Çalışmada kullanılan NVFC algoritmasının, aktif bir titreşim sönümlenme kontrolü için etkili olduğu gösterilmiştir [40]. Fei, ankastre mesnetli çelik bir kirişin yüzeyine bağlı piezoelektrik eyleyiciler ile aktif titreşim kontrolünü SRF kontrolcü ve optimize parametrelili oransal integral türev (PID) kontrolcü kullanarak incelemiştir. Çalışmada kirişin birinci titreşim modunun kontrolü sağlanmış ve SRF kontrolcünün optimize parametrelili PID kontrolcüye göre daha iyi



performans gösterdiği tespit edilmiştir [41]. Vasques ve Rodrigues, sensör ve eyleyici olarak işlev gören piezoelektrik katmanlar ile kirişlerdeki titreşim kontrolünü ele alan nümerik bir çalışma yürütmüşlerdir. Çalışmada, klasik kontrol stratejileri, sabit kazanç ve genlik hızı geri beslemesi ile optimal kontrol stratejileri, LQR ve lineer kuadratik Gauss (LQG) kontrol yöntemleri karşılaştırılmıştır [42]. Lin ve Liu, eş konumlu piezoelektrik sensör ve eyleyicilerin kullanıldığı ankastre mesnetli bir kirişin yapısal titreşimini sönmölemek için bulanık mantık denetleyici kullanmışlardır. Önerilen bulanık mantık denetleyicinin ve geleneksel oransal türev (PD) denetleyicinin performansını değerlendirmek için deneysel çalışmalar yapılmış önerilen yöntemin daha az kontrol çabası gerektirirken PD kontrol yöntemlerinden daha iyi performans gösterebileceği tespit edilmiştir [43]. Sharma vd. piezoelektrik elemanların sensör ve eyleyici olarak kullanıldığı iki boyutlu bir akıllı plakanın sonlu elemanlar modelini oluşturmuş ve plakanın aktif titreşim kontrolünü bulanık mantık tabanlı IMSC ve bulanık mantık tabanlı MIMSC yöntemlerini kullanarak incelemişlerdir. Çalışmada bulanık mantık tabanlı kontrolcüden elde edilen sonuçlar IMSC ve MIMSC sonuçları ile karşılaştırılmış aynı eyleyici voltajı için bulanık mantık tabanlı kontrolcünün titreşimi daha çabuk sönmölediği tespit edilmiştir [44]. Kwak vd. piezoelektrik sensör ve eyleyicilerle donatılmış silindirik bir kabuğun dinamik modeli ve aktif titreşim kontrolü üzerine çalışmışlar ve ilk iki titreşim modu için çok girişli-çok çıkışlı PPF kontrolcü tasarlamışlardır [45]. Mahmoodi vd. eş konumlu piezoelektrik sensör ve eyleyicileri kullanarak modifiye edilmiş PPF kontrolcüsü tasarlamışlardır [46]. Daha sonra Omid ve Mahmoodi 2014 yılındaki çalışmalarında, eş konumlu piezoelektrik eyleyici içeren alüminyum ankastre kirişin aktif titreşim kontrolü için  $H_{\infty}$  modifiye PPF ve  $H_{\infty}$  modifiye PVF kontrolcü olmak üzere iki yeni kontrolcü geliştirmişlerdir [47]. Kapuria ve Yasin, piezoelektrik sensör ve eyleyici içeren katmanlı kompozit kirişin sonlu elemanlar modelini oluşturmuş, kirişin titreşim kontrolü tek girişli-tek çıkışlı ve çok girişli-çok çıkışlı konfigürasyonlar için CGVFC stratejisi ve optimal kontrol stratejileri (LQR, LQG) kullanılarak, adım ve impuls uyarım durumları altında incelenmiştir. Çalışmada, tüm kontrol stratejileri için titreşimin çok girişli-çok çıkışlı konfigürasyonda daha hızlı sönmölendiği ve aynı oturma süresini elde etmek için tepe kontrol voltajları, LQG kontrolde LQR kontrole göre daha az olduğu tespit edilmiştir [48]. Dağıtılmış piezoelektrik sensör ve eyleyici entegre edilmiş bir plakanın eğilme ve burulma titreşim modlarının da dahil edildiği sonlu elemanlar modeli Qiu ve Ling

tarafından oluşturulmuştur. Çalışmada, eğilme ve burulma modlarının titreşimlerini bastırmak için iki farklı  $H_{\infty}$  gürbüz kontrolcü tasarlanmış ve kontrolcünün düşük frekanslı modların titreşim genliklerinin, yüksek frekanslı modları etkilemeden sönmüleyebildiği tespit edilmiştir [49]. Dafang vd. yüzeyine piezoelektrik elemanlar entegre edilmiş esnek bir kirişin aktif titreşim kontrolünü, ilk üç titreşim modunun bağımsız olarak kontrol edilebildiği IMSC yöntemini kullanarak deneysel ve nümerik olarak incelemişlerdir. Çalışmada hem deneysel hem de teorik sonuçlarla, eyleyici olarak piezoelektrik elemanların kullanıldığı IMSC yönteminin, titreşim sönmülemesinde oldukça verimli bir yaklaşım olduğunu ve havacılık alanında da uygulanabilir olduğu tespit edilmiştir [50]. Vashist ve Chhabra kare şeklindeki bir plakanın aktif titreşim kontrolü için genetik algoritma (GA) kullanılarak piezoelektrik eyleyicilerin optimal yerleşimini ele almışlardır. Çalışmada LQR kontrol yöntemi kullanılmış olup GA ile elde edilmiş optimal eyleyici konumlarının optimal olmayan konumlara göre daha etkin titreşim kontrolü sağladığı tespit edilmiştir [51]. İnce akıllı plakaların yapısal titreşim sönmülemesinde uygun bir kontrolcü tasarlamak için, BMKDT'ye dayalı sonlu elemanlar modeli Shunqi vd. tarafından oluşturulmuştur. Çalışmada hem serbest hem de zorlanmış titreşimleri sönmülemek için PID ve LQR kontrolcü kullanılarak karşılaştırma yapılmıştır [52]. Abdeljaber vd. esnek ankastre bir plakanın piezoelektrik sensör ve eyleyici çifti kullanılarak titreşim kontrolünde eyleyiciye uygulanan optimum voltajı kontrol etmek için akıllı bir sinir ağı tabanlı kontrolcü tasarlanmışlardır. Nörokontrolcünün, çeşitli dinamik yükler altında plakanın titreşim ivmelerini azaltmada başarılı olduğu kanıtlanmıştır [53]. Eshraqi vd. yüzeyine piezoelektrik elemanlar entegre edilmiş bir plakanın sonlu elemanlar modelinin oluşturulmasında yüksek mertebeden plaka modelini kullanmışlardır. Çalışmada kontrol voltajının elde edilmesinde PID kontrolcü kullanılmış ve ilk mod şekli için kontrol algoritmasının eğilme titreşimlerini önemli ölçüde sönmülediği tespit edilmiştir [54]. Yassin vd. plakaların aktif titreşim kontrolünde piezoelektrik sensör ve eyleyicilerin optimum konumunun tespit edilmesi üzerine çalışılmış ve GA, sıralı kuadratik programlama (SQP) ve parçacık sürü optimizasyonu (PSO) tekniklerini birleştirerek hibrit bir optimizasyon algoritması geliştirmiştir. Çalışmada, dikdörtgen piezoelektrik sensör ve eyleyiciler kullanılmış olup her bir piezoelektrik eleman için eleman merkezinin konumu ve elemanın yönü olmak üzere iki optimizasyon parametresi tanımlanmıştır. Sonuç olarak sunulan yaklaşımın uygulanabilirliği ve

etkinliği gösterilmiş ve çoklu sensör ve eyleyicilerin konum optimizasyonu, bazı ana modlar ve artık modlar ile başarılı bir şekilde elde edilmiştir [55]. Membran bir yapının aktif titreşim kontrolü ve piezoelektrik sensör ve eyleyicilerin optimum konumlarının tespiti Liu vd. tarafından ele alınmıştır. Çalışmada, membranın dinamik modeli sonlu elemanlar metodu ve Kirchhoff teoremi kullanılarak oluşturulmuştur. Piezoelektrik sensör ve eyleyicilerin optimum konumu PSO algoritması ile tespit edilmiş, aktif titreşim kontrolü içinse LQR kontrol algoritması kullanılmıştır [56]. Çift piezoelektrik katmanlı ince kompozit plakaların titreşimleri ve sönümlenme davranışı Fourier dönüşümü ve klasik laminasyon plaka teorisi (KLPT) kullanılarak Cao vd. tarafından incelenmiştir [57]. Aktaş ve Esen, sonlu elemanlar metodu kullanılarak akıllı esnek ankastre bir kirişin durum-uzay modellemesi ve aktif titreşim kontrolü üzerine çalışmışlardır. Çalışmada, sensör-eyleyici çiftinin üç farklı konumda bulunduğu üç farklı model oluşturulup piezoelektrik sensör-eyleyici çifti konumunun kontrol performansına etkisi incelenmiştir. Çalışmada LQR kontrol algoritması kullanılmıştır. Ayrıca aktif titreşim kontrolü için gerekli eyleyici voltajları tespit edilmiş ve her üç model için kıyaslama yapılmıştır [58]. Piezoelektrik katmanlara sahip katmanlı kompozit kirişlerin dinamik analizi ve aktif titreşim kontrolü için üçüncü mertebeden kayma deformasyon teorisine (ÜMKDT) ve piezoelektrik katmanlardaki elektrik alanı için katman zigzag yaklaşımına dayalı olarak, iki düğümlü katmanlı bir piezoelektrik kiriş elemanı Tian vd. tarafından sunulmuştur. Çalışmada, aktif titreşim kontrolü için LQR kontrol metodu, kontrol performans indeksinde kullanılan optimal ağırlık matrisini belirlemek için GA kullanılmıştır [59]. Karami vd., plakaların aktif titreşim kontrolünde piezoelektrik eyleyici ve sensörlerin optimal konumunu belirlemek için modifiye edilmiş bir yapay arı koloni (ABC) algoritması üzerine çalışmışlardır. Kullandıkları teknikte, global arama ve yerel arama arasındaki dengeyi sağlamak için geliştirilmiş yapay arı kolonisi algoritmasında parametre ayarlayıcı olarak bulanık mantık (FL) bir sistem kullanmışlardır. Son olarak, bir elastik plaka için çeşitli optimizasyon algoritmalarının sonuçları, mevcut algoritmanın sonuçlarıyla karşılaştırılmış ve bulanık mantık ABC algoritmasının etkinliğini gösterilmiştir [60].

Yüksek mekanik ve elektriksel çıktı elde etmek için piezoelektrik malzemeler, yapıştırıcılarla mekanik olarak birbirine bağlanarak bimorf veya multimorf olarak üretilirler [61]. Bununla birlikte, bu tür geleneksel katmanlı piezoelektrik sensör ve

eyleyicilerin dezavantajı, piezoelektrik katmanlar arasındaki bağlanma bölgesinin düşük sıcaklıklarda çatlayabilmesi veya yüksek sıcaklıklarda sürünebilmesidir [62]. Diğer bir dezavantaj ise, elektromekanik özelliklerin ani değişimi nedeniyle ara katman yüzeylerinde gerilme bölgelerinin oluşabilmesidir [63]. Bu dezavantajlar, bu tip eyleyicilerin ömrünü ve güvenilirliğini azaltmaktadır. Bu nedenle bir bağlayıcı katman kullanılarak oluşturulan multimorf yapının dezavantajlarına sahip olmayan ve aynı özellikleri sağlayabilen monomorf bir yapının oluşturulması arzu edilmektedir.

Geleneksel katmanlı piezoelektrik eyleyicilerin bu tür dezavantajlarından kaçınmak için FDPM'ler geliştirilmiştir. FDPM'ler, mekanik veya elektriksel özellikleri bir veya birkaç doğrultuda kademeli ve sürekli olarak değişen homojen olmayan malzemelerdir. FDPM'lerin temel avantajları, dinamik uygulamalar için artırılmış yer değiştirme, iyileştirilmiş yorulma ömrü, azaltılmış mekanik gerilme ve gerilme yığılmalarıdır. FDPM, geleneksel piezoelektrik malzemelere karşı bu üstün özellikleri nedeniyle son zamanlarda aktif titreşim kontrolünde dikkatleri üzerine çekmiştir.

FDPM ile ilgili literatürdeki çalışmaların çoğu statik eğilme analizi, burkulma analizi, dinamik analiz, serbest ve zorlanmış titreşim analizi ve kiriş, plaka ve kabukların aktif titreşim kontrolü ile ilgilidir. Örneğin, burkulma analizinde, Liew vd. Reddy'nin yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisini (YMKDT) kullanarak çeşitli termo-elektro-mekanik yükler altında FDPM dikdörtgen plakanın burkulma sonrası davranışını incelemiştir [64]. Üniform olamayan ısı ve voltaj yükleri altında bir FDPM plakanın burkulma analizi. Chen vd. tarafından element free Galerkin yöntemini kullanarak incelenmiştir [65]. Gözenekli FDPM plakanın burkulma analizi Barati vd. tarafından dört değişkenli plaka teorisi kullanılarak çalışılmıştır. Yazarlar, voltaj, gözeneklilik dağılımı, sınır koşulları ve en boy oranı gibi parametrelerin plakanın burkulma davranışı üzerindeki etkisini incelemiştir [66].

Statik, dinamik, serbest ve zorlanmış titreşim analizi alanlarında, Taya vd. klasik laminasyon teorisine (KLT) dayanan elektrostatik özellikleri kalınlık yönünde değişen FDPM eyleyicilerin eğilme yer değiştirmelerini ve düzlem içi gerilmelerini incelemiştir [67]. Lee, KLT'ye dayanarak bir FD piezoelektrik kirişin termal ve elektriksel yükler altında yer değiştirmesini ve gerilme tepkisini araştırmak için bir SE

formülasyonu geliştirmiştir [68]. Huang ve Shen, yüzeyine piezoelektrik katmanlar bağlanan FDM plakanın nonlinear titreşim ve dinamik tepki analizini YMKDT'ye dayanarak incelemişlerdir. Çalışmada, plakanın nonlinear titreşim davranışı üzerinde sıcaklık, kontrol voltajı ve hacim oranı dağılımının etkisi araştırılmıştır [69]. Yang ve Xiang, Timoshenko kiriş teorisini kullanarak FDPM unimorf, bimorf ve multimorf eyleyicilerin statik eğilme, serbest titreşim ve dinamik tepki analizini araştırmışlardır [70]. Tek katmanlı FDPM plakanın statik analizi, Carrera'nın birleşik formülasyonunun etkinliğini doğrulamak için Brischetto ve Carrera tarafından araştırılmıştır [71]. Behjat vd. SEM kullanarak malzeme özelliklerinin kalınlık yönünde değiştiği bir FDPM plakanın statik eğilme, serbest titreşim ve dinamik tepki analizini mekanik ve elektriksel yükler altında incelemişlerdir [72]. Askari Farsangi ve Saidi iki piezoelektrik katman arasına sandviç edilmiş FDM plakanın serbest titreşim analizini, çeşitli plaka boyutları, kuvvet yasası indeksleri, çeşitli sınır koşulları ve piezoelektrik katman kalınlığı için doğal frekansların belirlenmesi için incelenmiştir [73]. Yüksek piezoelektrik kontrol voltajı ve termal etki altında termo-piezoelektrik olarak tahrik edilen FDM sandviç dairesel plakanın statik eğilme ve doğal frekans analizi Ebrahimi tarafından yapılmıştır [74]. Çeşitli sınır koşullarının, düz ve ters piezoelektrik etkinin ve kompozisyon kuralının unimorf bir FDPM kirişin sistem cevabı üzerindeki etkisi termal ve elektriksel yük etkisi altında Ritz tabanlı SE formülasyonu kullanılarak Komijani vd. tarafından sunulmuştur [75]. Nourmohammadi ve Behjat, kuvvet yasası indeksinin bir FDPM plakanın statik eğilme yer değiştirmesi üzerindeki etkisini termal, mekanik ve elektriksel yükleme koşullarında araştırmışlardır [76]. BMKDT ve von Karman geometrik nonlineerite temelinde, piezoelektrik katmanlar arasına sandviç edilmiş FD karbon nanotüp takviyeli kompozit halka şeklindeki sektör plakaların titreşim tepkisi Mohammadzadeh-Keleshteri vd. tarafından araştırılmıştır [77]. Ebrahimi ve Barati, Euler-Bernoulli kiriş teorisine dayanarak oluşturdukları model ile piezoelektrik eyleyicilerle tahrik edilen kavisli bir FDM nano plakanın serbest titreşim analizini incelemişlerdir. Çalışmada, elektrik gerilimi ve malzeme bileşimi gibi parametrelerin kavisli nano kirişin titreşim özelliklerine etkisi incelenmiştir [78]. Gözenekli FDPM plakanın elektro-termo-mekanik titreşim karakteristikleri çeşitli sınır koşulları için, lineer ve nonlinear termal yükleme durumlarında Barati ve Zenkour tarafından incelenmiştir [79]. Su vd. YMKDT'ye dayalı FDPM plakanın serbest titreşim ve geçici

tepki analizini incelemişlerdir. Çalışmada, çeşitli sınır koşullarının ve gradyan indeksinin plakanın titreşim karakteristiklerine etkisi belirlenmiştir [80]. Kumar ve Harsha, çeşitli sınır koşulları altında bir FDPDM dikdörtgen plakanın doğal frekanslarını ve karşılık gelen mod şekillerini incelemişlerdir [81]. Chan vd. yüzeye bağlı piezoelektrik eyleyicilere sahip FD gözenekli konik panelin nonlineer dinamik tepkisini ve serbest titreşim analizini incelemişlerdir. Yazarlar, uygulanan eyleyici voltajı, gözeneklilik dağılımı ve sıcaklık artışı gibi parametrelerin FD piezoelektrik panelin dinamik tepkisi ve doğal frekansları üzerindeki etkisini sunmuşlardır [82].

Literatürde piezoelektrik malzemelerle FDM yapılarının aktif titreşim kontrol çalışmaları göz önüne alındığında, çoğunlukla bir FDM ana yapının klasik piezoelektrik sensör ve eyleyiciler tarafından kontrol edildiği görülmektedir. Örneğin, He vd. KLPT'ye dayalı olarak, yüzeye bağlı piezoelektrik sensör ve eyleyiciler ile FDM plakanın şekil ve titreşim kontrolünü sunmuşlardır. Çalışmada VFC yöntemi kullanılmış ve çeşitli sınır koşulları altında FDM plakasının statik ve dinamik analizi yapılmıştır [83]. Hamilton prensibine dayanarak, piezoelektrik sensör ve eyleyici entegre edilmiş FD silindirik kabuğun termal ve mekanik yükler altında aktif titreşim kontrol analizi Sheng ve Wang tarafından çalışılmıştır. Yazarlar, sistemin dinamik cevabını elde etmek için modal analiz tekniğini ve Newmark integrasyon metodunu, FD kabuk titreşimini sönmölemek için NVFC metodunu kullanmışlardır [84]. Zheng vd., piezoelektrik sensör ve eyleyiciler ile FDM kabuğunun statik, dinamik tepki analizini ve kontrolünü incelemişlerdir. Yazarlar tarafından titreşimi sönmölemek için PFC ve VFC algoritması kullanılmıştır [85]. Yiqi ve Yiming YMKDT'ye dayanarak, piezoelektrik katmanlar arasına sandviç edilmiş bir FDM plakanın dinamik cevabını ve titreşim kontrol analizini incelemişlerdir. Çalışmada NVFC kullanılmış ve mekanik yükleme, elektriksel yükleme, hacim oranı ve geometrik parametrelerin sistemin dinamik tepkisine etkileri araştırılmıştır [86]. Fakhari ve Ohadi YMKDT'ye dayanarak FDM plakanın yüzeye bağlı sensör ve eyleyici katmanları ile yüksek genlikli titreşim kontrolünü incelemişlerdir. Yazarlar, termal ve mekanik yük etkisi altındaki FDM plakanın titreşimini kontrol etmek için VFC ve  $H_2$  kontrol yöntemlerini kullanmışlardır [87]. Kiani vd. piezoelektrik sensör ve eyleyici ile çift kavisli FDM plakanın titreşim kontrolünü ve dinamik analizini analitik olarak analiz etmişlerdir. Yazarlar, plaka titreşimini azaltmak için NVFC kullanmışlardır. Çalışmada ayrıca

kuvvet yasası indeksi, hız geri besleme kazancı ve eğrilik yarıçapının etkisini incelemek için parametrik bir çalışma yapılmıştır [88]. Nguyen-Quang vd. BMKDT'ye dayalı piezoelektrik sensör ve eyleyici entegre edilmiş FDM plakanın statik analizini, serbest titreşim analizini ve titreşim kontrolünü incelemişlerdir. FDM plakanın aktif titreşim kontrolü için PFC ve VFC yöntemleri kullanılmıştır [89]. Grafen yapraklar ile güçlendirilmiş FD metal köpük plakanın yüzeye bağlı piezoelektrik elemanlar ile titreşim kontrolü ve analizi, Nguyen vd. tarafından incelenmiştir. Yazarlar, titreşim kontrolü çalışmasında VFC yöntemini kullanmışlar ve gözeneklilik katsayısı ile grafen yaprakların hacim oranının plakanın titreşim davranışı üzerindeki etkisini çeşitli gözenek ve grafen dağılımları için araştırmışlardır [90].

Bahsedilen yapılar hakkında çok sayıda çalışma olmasına rağmen, FDM ana yapısının FDPM sensör ve eyleyici katmanları ile aktif titreşim kontrolü literatürde sınırlı sayıda çalışmanın bulunduğu bir konudur. Örneğin, BMKDT ve von Karman geometrik nonlineerite temelinde, dikdörtgen kesitli bir FD kirişin nonlineer aktif titreşim kontrolü, yüzeye bağlı FD piezoelektrik sensör ve eyleyici katmanları ile Bodaghi vd. tarafından incelenmiştir. Çalışmada titreşim kontrolü için VFC algoritması kullanılmıştır [91]. BMKDT temel alınarak FD piezoelektrik sensör katmanları ile entegre edilmiş FD kirişin termal ve mekanik yükler altında nonlineer statik ve dinamik analizi Bodaghi vd. tarafından incelenmiştir [61]. Sharma vd. mekanik ve elektriksel özellikleri kalınlık yönünde derecelendirilen FDPM sensör ve eyleyici ile ana plaka yapının titreşim kontrolünü incelemişlerdir. Çalışmada, plakanın statik ve dinamik kontrolü için NVFC yöntemi kullanılmıştır [92]. BMKDT'ye dayanarak, alt ve üst yüzeyine FDPM sensör ve eyleyici bağlanmış FDM ince plakanın titreşim kontrolü için SE formülasyonu Susheel vd. tarafından geliştirilmiştir. Yazarlar, plaka titreşimlerini kontrol etmek için FL denetleyicisini kullanmışlardır [93]. Maruani vd. BMKDT ve katman bazında yaklaşıma dayalı olarak plaka titreşimini aktif olarak kontrol etmek için tek bir piezoelektrik katmandan yapılmış FD bir akıllı plakanın SE modelini geliştirmişlerdir. Yazarlar, sensör ve eyleyicilerin konumlarının belirlenmesinde kontrol edilebilirlik ve gözlemlenebilirlik kriterlerine dayalı bir optimizasyon prosedürü izlemiş ve aktif titreşim kontrolü için FL kontrolcü kullanmışlardır [94]. Phuc ve Kim Khue ÜDKDT kullanılarak, FDPM plakanın serbest ve zorlanmış titreşim analizini araştırmak için SE formülasyonu

oluşturmuşlardır. Çalışmada malzeme özelliklerinin sıcaklığa bağlı olduğu ve kalınlık yönüne göre değiştiği varsayılarak, geri besleme kazancı, voltaj, hacim oranı indeksi ve sıcaklık gibi parametrelerin serbest ve zorlanmış titreşim üzerindeki etkileri belirlenmiştir [95].



## BÖLÜM 4

### ANKASTRE EULER-BERNOULLİ KİRİŞİNİN MODELLENMESİ VE AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ

Bu bölümde, piezoelektrik sensör ve eyleyici entegre edilmiş akıllı ankastre bir kirişin matematiksel modellenmesi ve aktif titreşim kontrolü sunulmuştur. Akıllı kirişin modellenmesinde Euler-Bernoulli kiriş teorisi, piezoelektrik teori ve sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Lagrange denklemleri kullanılarak kirişin kütle ve dirençlilik matrisleri elde edilmiş, ardından kirişin hareket denklemi elde edilmiştir. Euler-Bernoulli kirişinin aktif titreşim kontrolü LQR kontrol algoritması kullanılarak gerçekleştirilmiş, piezoelektrik sensör ve eyleyicinin kiriş üzerindeki konumunun kontrolcünün kontrol kabiliyetine etkisi incelenmiştir.

#### 4.1. EULER-BERNOULLİ KİRİŞ TEORİSİ VARSAYIMLARI

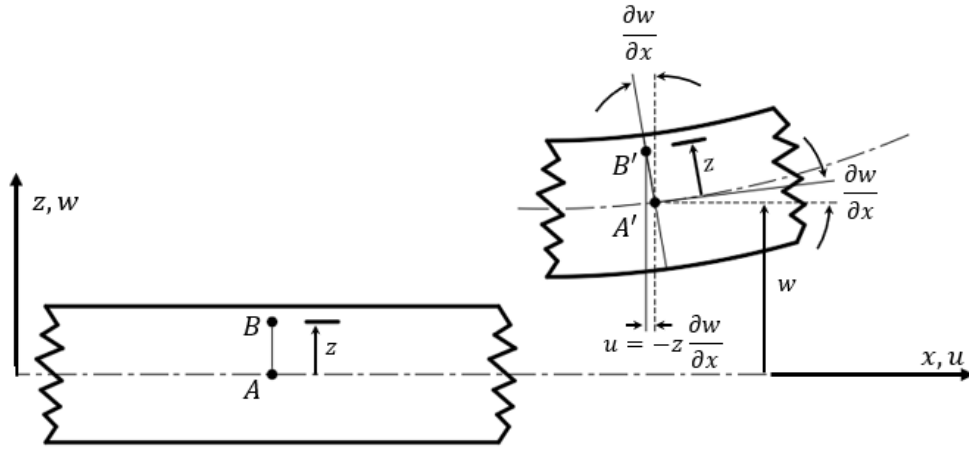
Kiriş, boyutlarından biri diğer iki boyutundan çok daha büyük olan bir yapı olarak tanımlanabilir. Kirişin eksenini, bu uzun boyut boyunca tanımlanır ve bu eksene dik bir kesitin, kirişin uzunluğu boyunca ya sabit kaldığı ya da düzgün bir şekilde değiştiği varsayılır. Literatürde çeşitli kabullere dayalı, farklı doğruluk seviyelerine sahip kiriş teorileri mevcuttur. Klasik kiriş teorisi olarak da bilinen Euler-Bernoulli kiriş teorisi sıklıkla kullanılan kiriş teorilerinin başında gelmektedir. Euler-Bernoulli kiriş teorisinde hem dönme ataleti hem de kayma şekil değiştirmesi ihmal edilmektedir. Klasik kiriş teorisi, uzunluğu genişliğinden çok daha büyük (en az on kat) ve yer değiştirmesi derinliğe kıyasla küçük olan kirişlere uygulanabilmektedir [96].

Euler-Bernoulli kiriş teorisi varsayımları:

1. Kirişin enine kesitleri, kirişe enine veya eksenel yük uygulanması durumunda deforme olmaz ve rijit olarak kabul edilir. Şekil 4.1'de gösterildiği gibi

deformasyona uğramadan önce tarafsız eksene dik olan düzlem kesiti deformasyon ya da eğilmeden sonra düzlemsel ve tarafsız eksene dik kalmaktadır. Bu varsayım kirişin uzunluk/kalınlık oranının yeterince büyük olduğu ve küçük yer değiştirmelerin söz konusu olduğunda geçerlidir. Yani dönme açısı  $\theta$  sadece eğilme gerilmesiyle oluşacaktır. Dönme açısı  $\theta$  kirişin eğimi olarak tanımlanır ve yer değiştirmenin birinci türevi olarak  $(\theta = \frac{dw}{dx})$  hesaplanır.

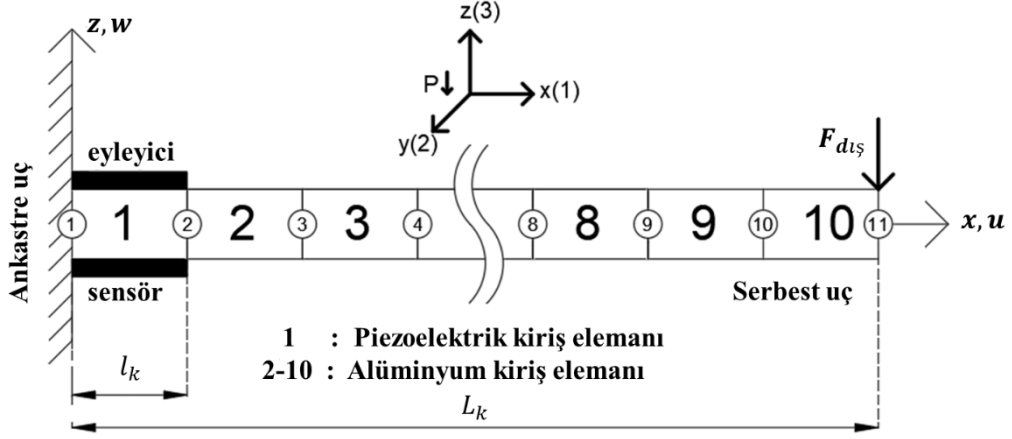
2. Deformasyondan sonra kirişin tarafsız eksenini kavimsel hale gelmesine rağmen, eğimi oldukça küçüktür.



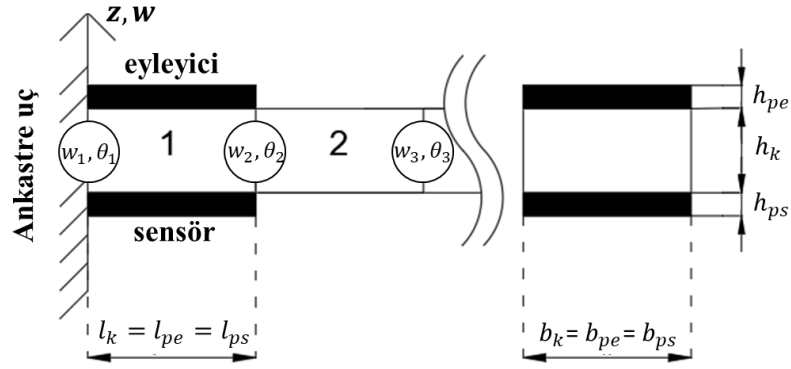
Şekil 4.1. Deforme olmuş ve deforme olmamış Euler-Bernoulli kirişinin gösterimi [96].

## 4.2. KİRİŞ ELEMANLARININ MODELLENMESİ

Modellemede alüminyum kiriş ile piezoelektrik sensör ve eyleyiciler Euler-Bernoulli kirişi olarak kabul edilmiştir. Şekil 4.2’ de gösterildiği gibi kirişin piezoelektrik eleman içermeyen alüminyum kısmı alüminyum kiriş elemanı olarak, piezoelektrik eleman içeren kısmı ise piezoelektrik kiriş elemanı olarak adlandırılmıştır. Piezoelektrik sensör ve eyleyici içeren akıllı kirişin sonlu elemanlar modelinde, kiriş on sonlu elemana bölünmüştür. Şekil 4.3’te gösterildiği gibi her elemanda iki düğüm noktası vardır ve her düğümüne enine yer değiştirme ve dönme olmak üzere iki serbestlik derecesi tanımlanmıştır ( $w_1, \theta_1, w_2, \theta_2$ ).



Şekil 4.2. Akıllı kirişin sonlu elemanlara ayrılması.



Şekil 4.3. Alüminyum ve piezoelektrik giriş elemanın fiziksel parametreleri.

Kiriş denklemlerinin türetilmesinde aşağıdaki kabuller yapılmıştır:

1. Piezoelektrik katmanlar kirişe mükemmel bir şekilde bağlanmıştır.
2. Piezoelektrik sensör ve eyleyicinin alüminyum kirişe bağlanmasında kullanılan yapıştırıcının akıllı kirişin kütle ve direngenliğine herhangi bir katkısı yoktur.
3. Piezoelektrik sensör ve eyleyicinin kutuplanma yönü kirişin kalınlığı doğrultusundadır ( $z$  eksenini).
4. Elektrik alanının dağılımı piezoelektrik sensör ve eyleyici yüzeyine üniformdur.
5. Piezoelektrik katmanlar homojen, enine izotropik ve lineer elastiktir.

6. Kiriş elemanları sabit atalet momentine, elastikiyet modülüne, yoğunluğa ve uzunluğa sahiptir.
7.  $k$ ,  $pe$  ve  $ps$  alt indisleri sırasıyla alüminyum kirişi, piezoelektrik eyleyiciyi ve sensörü ifade etmektedir.

#### 4.2.1 Alüminyum Kiriş Elemanının Modellenmesi

Euler-Bernoulli kiriş denklemi dördüncü derecedendir; bu nedenle denklem, dört sınır koşulu, yani her iki uçtaki düğüm noktasının yer değiştirme ve eğimini sağlamalıdır. Sınır koşullarını sağlayabilmek için yer değiştirme fonksiyonunun dört katsayı içermesi ve türevlenebilir olması gerekir. Ayrıca, elemanın sabit şekil değiştirmesine ve katı cisim hareketine izin vermek için terimlerden biri sabit olmalıdır [97]. Zorlanmış hareket için akıllı kirişin hareket denklemleri dördüncü mertebeden kısmi diferansiyel denklem olarak aşağıdaki gibi yazılabilir [98].

$$\rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} = F_{dış} \quad (4.1)$$

Burada  $w$  kirişin enine yer değiştirmesini,  $\rho$  yoğunluğunu,  $A$  kesit alanını,  $E$  Young modülünü,  $I$  atalet momentini ve  $F_{dış}$  dış kuvveti ifade etmektedir. Şekil fonksiyonlarını elde etmek için yer değiştirme fonksiyonu denklem (4.2)'deki gibi kübik yer değiştirme fonksiyonu olarak ele alınmıştır.

$$w(x, t) = a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4 \quad (4.2)$$

Burada  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  ve  $a_4$  katsayıları ankastre sınır koşulları kullanılarak elde edilir.

$x = 0$  (Ankastre uç),

$$w(x, t) = w_1 = a_4, \quad w'(x, t) = \frac{dw}{dx} = \theta_1 = a_3 \quad (4.3)$$

$x = l_k$  (Serbest uç),

$$\begin{aligned}
w(x, t) &= w_2 = a_1 l_k^3 + a_2 l_k^2 + a_3 l_k + a_4, \\
w'(x, t) &= \frac{dw}{dx} = \theta_2 = 3a_1 l_k^2 + 2a_2 l_k + a_3
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Burada  $w_1$ ,  $\theta_1$ ,  $w_2$  ve  $\theta_2$  birinci ve ikinci düğümdeki serbestlik derecelerini  $l_k$  ise giriş elemanının uzuluğunu ifade etmektedir.  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  ve  $a_4$  katsayıları denklem (4.3) ve denklem (4.4)'teki ankastre sınır koşulları kullanılarak denklem (4.5)'teki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} = \frac{1}{l_k^3} \begin{bmatrix} 2 & l_k & -2 & l_k \\ -3l_k & -2l_k^2 & 3l_k & -l_k^2 \\ 0 & l_k^3 & 0 & 0 \\ l_k^3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \tag{4.5}$$

Elde edilen katsayılar denklem (4.2)'de yerine yazılırsa, yer değiştirme fonksiyonu denklem (4.6)'daki gibi elde edilir.

$$w(x, t) = [N_1(x) \quad N_2(x) \quad N_3(x) \quad N_4(x)] \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = [N]\{p\} \tag{4.6}$$

$$[N^T] = \begin{Bmatrix} N_1(x) \\ N_2(x) \\ N_3(x) \\ N_4(x) \end{Bmatrix} = \frac{1}{l_k^3} \begin{Bmatrix} 2x^3 - 3x^2 l_k + l_k^3 \\ x^3 l_k - 2x^2 l_k^2 + x l_k^3 \\ -2x^3 + 3x^2 l_k \\ x^3 l_k - x^2 l_k^2 \end{Bmatrix} \tag{4.7}$$

Burada  $N$  şekil fonksiyonu vektörünü,  $p$  ise yer değiştirme vektörünü ifade etmektedir. Yer değiştirme fonksiyonun konuma göre birinci ve ikinci türevi ile zamana göre türevi denklem (4.8), denklem (4.9) ve denklem (4.10)'daki gibi elde edilmiştir.

$$w'(x, t) = \frac{1}{l_k^3} \begin{Bmatrix} 6x^2 - 6x l_k \\ 3x^2 l_k - 4x l_k^2 + l_k^3 \\ -6x^2 + 6x l_k \\ 3x^2 l_k - 2x l_k^2 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = [n_1]\{p\} \tag{4.8}$$

$$w''(x, t) = \frac{1}{l_k^3} \begin{pmatrix} 12x - 6l_k \\ 6xl_k - 4xl_k^2 \\ -12x + 6l_k \\ 6xl_k - 2l_k^2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = [n_2]\{p\} \quad (4.9)$$

$$\dot{w}(x, t) = \frac{1}{l_k^3} \begin{pmatrix} 2x^3 - 3x^2l_k + l_k^3 \\ x^3l_k - 2x^2l_k^2 + xl_k^3 \\ -2x^3 + 3x^2l_k \\ x^3l_k - x^2l_k^2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{w}_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} = [n_3]\{\dot{p}\} \quad (4.10)$$

Eğilme durumunda şekil değiştirme enerjisi ve eğilme momenti denklem (4.11) ve denklem (4.12)'deki gibi elde edilir [99].

$$U = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx \quad (4.11)$$

$$M = EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4.12)$$

Denklem (4.9) ve (4.11) kullanılarak eğilme durumundaki bir kiriş elemanının şekil değiştirme enerjisi denklem (4.13)'teki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} U &= \frac{E_k I_k}{2} \int_0^{l_b} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]^2 dx = \frac{E_k I_k}{2} \int_0^{l_k} \{p\}^T [n_2]^T [n_2] \{p\} dx = \\ &= \frac{1}{2} \{p\}^T \left[ E_k I_k \int_0^{l_k} [n_2]^T [n_2] dx \right] \{p\} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Kiriş elemanının kinetik enerjisi denklem (4.10) kullanılarak denklem (4.14)'teki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} T &= \frac{\rho_k A_k}{2} \int_0^{l_k} \left[ \frac{\partial w}{\partial t} \right]^2 dt = \frac{\rho_k A_k}{2} \int_0^{l_k} \{\dot{p}\}^T [n_3]^T [n_3] \{\dot{p}\} dt \\ &= \frac{1}{2} \{\dot{p}\}^T \left[ \rho_k A_k \int_0^{l_k} [n_3]^T [n_3] dt \right] \{\dot{p}\} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Denklem (4.13) ve denklem (4.14), denklem (4.15)'te verilen Lagrange eşitliğinde yerine yazılarak kiriş elemanın hareket denklemi denklem (4.16)'daki gibi elde edilmiştir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{p}_i} \right) + \left( \frac{\partial U}{\partial p_i} \right) = Q_i \quad (4.15)$$

$$[M_k^e] \{\ddot{p}\} + [K_k^e] \{p\} = \{f^e(t)\} \quad (4.16)$$

Burada  $[M_k^e]$  sonlu kiriş elemanın kütle matrisini,  $[K_k^e]$  direngenlik matrisini ve  $\{f^e\}$  kuvvet vektörünü ifade etmektedir. Kütle matrisi denklem (4.17), direngenlik matrisi denklem (4.18)'deki gibi hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} [M_k^e] &= \rho_k A_k \int_0^{l_k} [n_3]^T [n_3] dx \\ &= \frac{\rho_k A_k l_k}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_k & 54 & -13l_k \\ 22l_k & 4l_k^2 & 13l_k & -3l_k^2 \\ 54 & 13l_k & 156 & -22l_k \\ -13l_k & -3l_k^2 & -22l_k & 4l_k^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$[K_k^e] = E_k I_k \int_0^{l_k} [n_2]^T [n_2] dx = \frac{E_k I_k}{l_k^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_k & -12 & 6l_k \\ 6l_k & 4l_k^2 & -6l_k & 2l_k^2 \\ -12 & -6l_k & 12 & -6l_k \\ 6l_k & 2l_k^2 & -6l_k & 4l_k^2 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

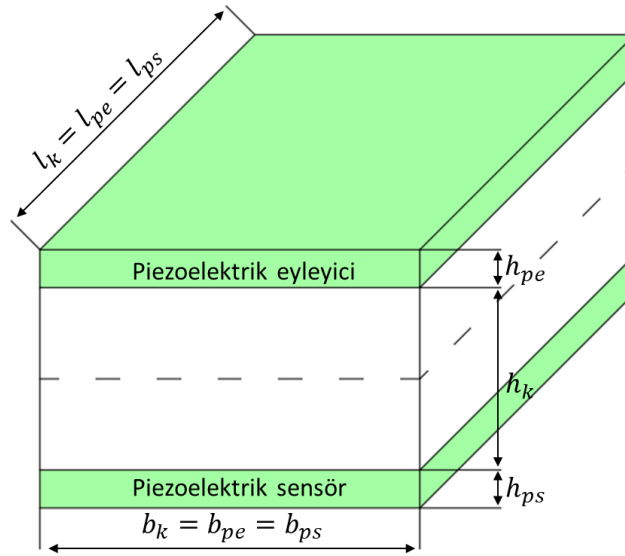
#### 4.2.2 Piezoelektrik Kiriş Elemanı ve Akıllı Kiriş Elemanın Modellenmesi

Bölüm 4.2.1'deki gibi piezoelektrik kiriş elemanı Euler-Bernoulli kirişi olarak ele alınıp piezoelektrik kiriş elemanın kütle ve direngenlik matrisleri denklem (4.19) ve denklem (4.20)'deki gibi elde edilmiştir. Bu bölümde işlem kolaylığı sağlamak için piezoelektrik sensör ve eyleyicinin bütün fiziksel, mekanik ve elektriksel özellikleri aynı olması sebebiyle  $p_e$  ve  $p_s$  alt indisleri  $p$  olarak alınmıştır. ( $l_p = l_{pe} = l_{ps}$ ,  $h_p = h_{pe} = h_{ps}$ ,  $\rho_p = \rho_{pe} = \rho_{ps}$ ,  $l_p = l_{pe} = l_{ps}$ )

$$[M_p^e] = [M_{pe,ps}^e] = \frac{\rho_p A_p l_p}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_p & 54 & -13l_p \\ 22l_p & 4l_p^2 & 13l_p & -3l_p^2 \\ 54 & 13l_p & 156 & -22l_p \\ -13l_p & -3l_p^2 & -22l_p & 4l_p^2 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$[K_p^e] = [K_{pe,ps}^e] = \frac{E_p I_p}{l_p^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_p & -12 & 6l_p \\ 6l_p & 4l_p^2 & -6l_p & 2l_p^2 \\ -12 & -6l_p & 12 & -6l_p \\ 6l_p & 2l_p^2 & -6l_p & 4l_p^2 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Şekil 4.4'te görüldüğü gibi iki piezoelektrik elemanın, alüminyum elamanın alt ve üst yüzeyine yapıştırılması ile elde edilen akıllı yapı akıllı kiriş elemanı olarak adlandırılmıştır.



Şekil 4.4. Akıllı kiriş elemanının gösterimi.

Akıllı kiriş elemanının direngenliği denklem (4.21)'de gösterildiği gibi eşdeğer eğilme rijitliği yöntemi ile elde edilmiştir [100].

$$(EI)_{eş} = E_k I_k + 2E_p I_p \quad (4.21)$$



Paralel eksen teoremi yardımıyla piezoelektrik elemanın atalet momenti denklem (4.22)'deki elde edilmiştir.

$$I_p = \frac{b_p h_p^3}{12} + b_p h_p \frac{(h_p + h_k)^2}{4} \quad (4.22)$$

Burada  $h_p$ ,  $h_k$  ve  $b_p$  sırasıyla piezoelektrik elemanın kalınlığını alüminyum elemanın kalınlığını ve piezoelektrik elemanın genişliğini ifade etmektedir. Akıllı kiriş elemanın birim uzunluğunun kütlesi denklem (4.23)'deki gibi elde edilmiştir.

$$(\rho A)_{e\delta} = b_k(\rho_k h_k + 2\rho_p h_p) \quad (4.23)$$

Denklem (4.21), denklem (4.22) ve denklem (4.23) kullanılarak akıllı kiriş elemanın kütle ve direngelik matrisi denklem (4.24) ve denklem (4.25)'teki gibi elde edilmiştir.

$$[M_{ka}^e] = \frac{(\rho A)_{e\delta} l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}, (l = l_k = l_{pe} = l_{ps}) \quad (4.24)$$

$$[K_{ka}^e] = \frac{(EI)_{e\delta}}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Burada alt indis  $ka$  akıllı kiriş elemanı ifade etmektedir.

### 4.3. PİEZOELEKTRİK DENKLEMLER

Piezoelektrik sensör ve eyleyici ile titreşim kontrolü prosesinde, titreşime uğrayan kirişte gerilme meydana gelir ve sensör olarak kullanılan piezoelektrik eleman bu gerilme karşısında elektriksel akım oluşturur. Oluşturulan akım sinyal şartlandırma işleminden sonra kontrolcüye iletilir. Sinyal, kontrolcü tarafından değerlendirildikten sonra kontrol sinyali olarak eyleyiciye uygulanır. Uygulanan voltaj sonrası eyleyici mekanik şekil değiştirmeye uğrayarak yapıdaki titreşime karşı bir cevap üretir.

Lineer piezoelektrik malzemelerin elektromekanik eşitlikleri denklem (2.1) ve denklem (2.2) düzenlenerek denklem (4.26) ve denklem (4.27)'deki gibi elde edilebilir.

$$\varepsilon_x = S_{11}^E \sigma_x + d_{31} E_z \quad (4.26)$$

$$D_z = d_{31} \sigma_x + \xi_{33}^\sigma E_z \quad (4.27)$$

#### 4.3.1. Sensör Denklemleri

Denklem (4.27) düz piezoelektrik etkiyi tanımlar ve piezoelektrik sensörden elde edilen toplam yükün hesaplanmasında kullanılır. Sensöre ekstra bir elektrik alan uygulanmadığı kabul edildiğinde denklem (4.27), denklem (4.28)'deki gibi yazılabilir.

$$D_z = d_{31} \sigma_x = d_{31} C_{11} \varepsilon_x = e_{31} \varepsilon_x \quad (4.28)$$

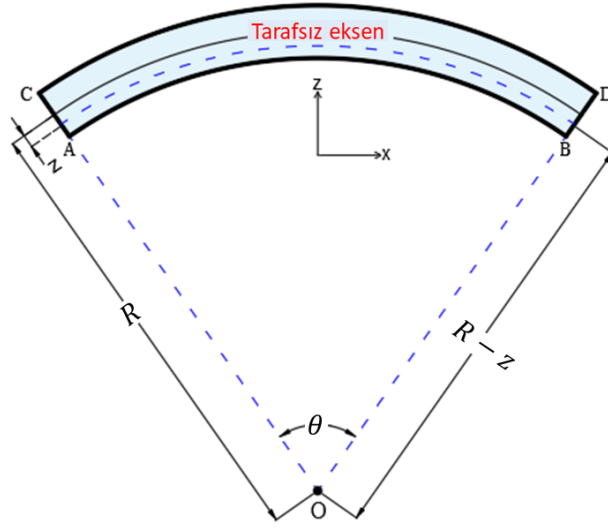
Burada  $e_{31}$  piezoelektrik gerilme katsayısını ve  $C_{11}$  elastik uygunluk katsayısının tersini ( $1/S_{11}$ ) ifade etmektedir. Sensörden elde edilen toplam yük denklem (4.29) ile hesaplanabilir.

$$Q(t) = \int_A D_z dA \quad (4.29)$$

Denklem (4.29) kullanılarak elektriksel akım denklem (4.30) ile hesaplanmıştır.

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \int_A D_z dA = \frac{d}{dt} \int_A e_{31} \varepsilon_x dA \quad (4.30)$$

Şekil 4.5'te gösterildiği gibi basit eğilmede herhangi bir noktadaki şekil değiştirme denklem (4.31) ile hesaplanabilir [99].



Şekil 4.5. Basit eğilmeye uğrayan kirişin eğrilik yarıçapı [99].

$$\varepsilon_x = -\frac{z}{R}, \quad \frac{1}{R} = \frac{d^2w}{dx^2}, \quad \varepsilon_x = z \frac{d^2w}{dx^2} \quad (4.31)$$

Burada  $z$  tarafsız eksene olan uzaklığı,  $R$  eğrilik yarıçapını ifade etmektedir. Denklem (4.30) tekrar düzenlenerek denklem (4.32)'deki gibi yazılmıştır [101].

$$i(t) = \frac{d}{dt} \int_A e_{31} z n_2 p dA = z e_{31} b_{ps} \int_0^{l_p} n_2 \dot{p} dx \quad (4.32)$$

$$z = \left( \frac{h_k}{2} + h_{ps} \right) \quad (4.33)$$

Sensörden elde edilen akım sinyal şartlandırıcı cihaz ile denklem (4.34) ile voltaja çevrilir.

$$V^s(t) = H z e_{31} b_{ps} \int_0^{l_p} n_2 \dot{p} dx = \{S\}\{\dot{p}\} \quad (4.34)$$

Burada  $H$  sinyal şartlandırıcı cihaz sabitini,  $S$  ( $\{0 \quad -H z e_{31} b_{ps} \quad 0 \quad H z e_{31} b_{ps}\}$ ) ise sensör sabiti vektörünü ifade etmektedir. Sensör voltajı kontrolcüye giriş sinyali olarak

verilir ve kontrolcü çıkışı da uygun kontrol kazancı ile eyleyiciye verilir. Eyleyici giriş voltajı denklem (4.35) ile hesaplanmıştır.

$$V^{eyl}(t) = u = K x V^s(t) \quad (4.35)$$

Burada  $K$  control kazancını ifade etmektedir.

### 4.3.2. Eyleyici Denklemleri

Denklem (4.26) ters piezoelektrik etkiyi ifade etmektedir ve toplam şekil değiştirmenin hesaplanmasında kullanılmaktadır. Eyleyiciye dışarıdan ekstra bir mekanik gerilme uygulanmadığı kabul edilerek denklem (4.26), denklem (4.36)'daki gibi yazılabilir.

$$\varepsilon_x = d_{31} E_z \quad (4.36)$$

Eyleyiciye kutuplama voltajı yönünde giriş voltajı uygulandığında, 1 eksenini doğrultusunda şekil değişimine uğrar. Uygulanan voltaj sonucu eyleyicide meydana gelen elektriksel alan ve mekanik gerilme denklem (4.37) ve denklem (4.38) ile ifade edilmiştir.

$$E_z = \frac{V^{eyl}(t)}{h_{pe}} \quad (4.37)$$

$$\sigma_x = E_{pe} \varepsilon_x = E_{pe} d_{31} \frac{V^{eyl}(t)}{h_{pe}} \quad (4.38)$$

Burada  $E_{pe}$  ve  $h_{pe}$  sırasıyla Young modülünü ve eyleyici kalınlığını ifade etmektedir. Gerilme sonucu kiriş elemanında eğilme momenti meydana gelmektedir. Küçük en kesitteki eğilme momenti denklem (4.39) ile hesaplanmaktadır.

$$dM_{eyl} = E_{pe} I_{pe} \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (4.39)$$

Uygulanan  $V^{eyl}$  voltajı sonucu kiriş elemanına etki eden  $M_{eyl}$  momenti denklem (4.38)'in kirişin kalınlığı boyunca integre edilmesi ile denklem (4.40)'daki gibi elde edilir  $\left( \left( \varepsilon_x = z \frac{d^2 w}{dx^2} \right), \left( \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_{pe}} \right) \right)$ .

$$M_{eyl} = \int \bar{z} \sigma_x dz, \quad \bar{z} = \left( \frac{h_{pe} + h_k}{2} \right) \quad (4.40)$$

Denklem (4.38) ve denklem (4.39) kullanılarak eyleyicinin oluşturduğu eğilme momenti denklem (4.41)'deki gibi elde edilmiştir.

$$M_{eyl} = E_{pe} d_{31} \bar{z} V^{eyl}(t) \quad (4.41)$$

Eyleyici tarafından kiriş elemanına uygulanan kontrol kuvveti denklem (4.35) ve denklem (4.41) kullanılarak denklem (4.42)'deki gibi elde edilmiştir.

$$f_{eyl} = f_{ktrl} = E_{pe} d_{31} b_{pe} \bar{z} \int_{l_{pe}} n_1^T dx V^{eyl}(t) = \{G^T\} V^{eyl}(t) \quad (4.42)$$

Burada  $G$  ( $\{-E_{pe} d_{31} b_{pe} \bar{z} \quad 0 \quad E_{pe} d_{31} b_{pe} \bar{z} \quad 0\}$ ) eyleyici sabiti vektörünü ifade etmektedir.

#### 4.4. HAREKET DENKLEMLERİNİN VE DURUM UZAY MODELİNİN ELDE EDİLMESİ

##### 4.4.1. Akıllı Kirişin Hareket Denkleminin Elde Edilmesi

Yapısal sönüm etkisi Rayleigh oransal sönüm metodu kullanılarak modele dahil edilmiştir. Yapısal sönüm matrisi denklem (4.43) ile hesaplanmıştır [102].

$$[C] = a_0[M] + a_1[K] \quad (4.43)$$

Burada  $[M]$ ,  $[C]$  ve  $[K]$  sırasıyla global kütle, sönüm ve direngenlik matrislerini ifade etmektedir. Ankastre kirişin global matrisleri her bir elemanın lokal kütle ve direngenlik matrislerinin sonlu elemanlar tekniği ile birleştirilmesiyle oluşturulmuştur. Ayrıca burada,  $a_0$  ve  $a_1$  sırasıyla kütle orantılı sönüm sabitini ve direngenlik orantılı sönüm sabitini ifade etmektedir.  $a_0$  ve  $a_1$  iki referans titreşim modu kullanılarak denklem (4.44)'deki gibi elde edilmektedir.

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \frac{2w_{ni}w_{nj}}{w_{nj}^2 - w_{ni}^2} \begin{bmatrix} w_{nj} & -w_{ni} \\ -1 & 1 \\ w_{nj} & w_{ni} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_i \\ \zeta_j \end{Bmatrix} \quad (4.44)$$

burada  $\zeta_{ni}$ ,  $\zeta_{nj}$ ,  $w_{ni}$  ve  $w_{nj}$  sırasıyla  $i$ . ve  $j$ . titreşim modlarının sönüm oranları ve doğal frekanslarıdır. Ankastre kirişin hareket denklemi ve sensör çıkış voltajı denklemi denklem (4.45) ve denklem (4.46)'da verilmiştir.

$$[M]\{\ddot{p}\} + [C]\{\dot{p}\} + [K]\{p\} = \{F_{dis}\} + \{F_{ktrl}\} \quad (4.45)$$

$$y(t) = V^s(t) = \{S\}\{\dot{p}\} \quad (4.46)$$

Ankastre kirişin ilk üç titreşim modunu incelemek için denklem (4.47)'de verilen  $p = \Phi d$  dönüşümü yapılarak genelleştirilmiş koordinatlardan asal koordinatlara geçiş yapılmıştır.

$$p = \sum_{i=1}^3 [\Phi_i]\{d_i(t)\} = [\Phi]\{d\} \quad (4.47)$$

Burada  $\Phi$  modal matrisi  $d$  ise modal koordinatı ifade etmektedir. Modal matris arzu edilen titreşim modu sayısını temsil eden öz vektörleri içermektedir.  $p = \Phi d$  dönüşümü kullanılarak denklem (4.45) ve denklem (4.46) aşağıdaki gibi tekrar düzenlenebilir.

$$[M][\Phi]\{\ddot{d}\} + [C][\Phi]\{\dot{d}\} + [K][\Phi]\{d\} = \{F_{dis}\} + \{F_{ktrl}\} \quad (4.48)$$

$$y(t) = V^s(t) = \{S\}[\Phi]\{\dot{d}\} \quad (4.49)$$

Denklem (4.48) ve denklem (4.49)  $[\Phi^T]$  ile çarpılarak modal kütle, sönüm ve direngenlik matrisi denklem (4.50)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} [\Phi^T][M][\Phi]\{\ddot{d}\} + [\Phi^T][C][\Phi]\{\dot{d}\} + [\Phi^T][K][\Phi]\{d\} \\ = [\Phi^T]\{F_{dış}\} + [\Phi^T]\{F_{ktrl}\} \end{aligned} \quad (4.50)$$

$$[\bar{M}]\{\ddot{d}\} + [\bar{C}]\{\dot{d}\} + [\bar{K}]\{d\} = \{\bar{F}_{dış}\} + \{\bar{F}_{ktrl}\} \quad (4.51)$$

Genelleştirilmiş kuvvet vektörü  $\{\bar{F}_{dış}\}$ , denklem (4.52)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\{\bar{F}_{dış}\} = [\Phi^T]\{F_{dış}\} = [\Phi^T]\{f\}r(t) \quad (4.52)$$

Burada  $r(t)$  ankastre kirişe uygulanan bozucu dış kuvveti ifade etmektedir.

Genelleştirilmiş kontrol kuvveti vektörü denklem (4.53) ile hesaplanmıştır.

$$\{\bar{F}_{ktrl}\} = [\Phi^T]\{F_{ktrl}\} = [\Phi^T]\{G\}V^{eyl}(t) \quad (4.53)$$

#### 4.4.2. Akıllı Kirişin Durum Uzay Modelinin Elde Edilmesi

Dinamik bir sistemin durum ve çıktı denklemi denklem (4.54) ve denklem (4.55)'deki gibi yazılabilir.

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]\{u\} \quad (4.54)$$

$$\{y\} = [C]\{x\} + [D]\{u\} \quad (4.55)$$

Burada  $[A]$  sistem matrisini,  $[B]$  giriş matrisini,  $[C]$  çıkış matrisini,  $[D]$  doğrudan iletim matrisini ifade etmektedir.  $x$ ,  $u$  ve  $y$  sırasıyla durum vektörünü, giriş vektörünü ve çıkış vektörünü ifade etmektedir. Durum denklemlerinin elde edilmesinde durum değişkeni

olarak "x" kullanılmıştır. Denklem (4.54)'deki genelleştirilmiş koordinatlar durum değişkeni cinsinden denklem (4.56)'daki gibi ifade edilmiştir.

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}, \quad \{\dot{d}\} = \begin{Bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{d}_2 \\ \dot{d}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{Bmatrix}, \quad \{\ddot{d}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{x}_4 \\ \ddot{x}_5 \\ \ddot{x}_6 \end{Bmatrix} \quad (4.56)$$

Denklem (4.51)'in durum uzay formu, denklem (4.56) kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$[\bar{M}] \begin{Bmatrix} \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{Bmatrix} + [\bar{C}] \begin{Bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{Bmatrix} + [\bar{K}] \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \{\bar{F}_{dış}\} + \{\bar{F}_{ktrl}\} \quad (4.57)$$

Denklem (4.57)'nin durum denklemi formu denklem (4.58) ile verilmiştir.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\bar{M}^{-1}\bar{K} & -\bar{M}^{-1}\bar{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{M}^{-1}\Phi^T G \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{M}^{-1}\Phi^T f \end{bmatrix} r(t) \quad (4.58)$$

Piezoelektrik sensör voltajı çıkış denklemi olarak ele alınmış ve denklem (4.59) ile verilmiştir.

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) = [0 \quad S\Phi] \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (4.59)$$

#### 4.5. LQR KONTROL ALGORİTMASI

LQR kontrol algoritması, yapıların aktif titreşim kontrolü için literatürde kabul gören yöntemlerden biridir. LQR kontrolünde amaç, sistemi herhangi bir başlangıç durumundan minimum maliyetle dengeye döndürmektir. Maliyet fonksiyonu denklem (4.60)'daki gibi yazılabilir [103].



$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\{x^T\}[Q]\{x\} + \{u^T\}[R]\{u\}) dt \quad (4.60)$$

Burada  $[Q]$  simetrik pozitif yarı-kesin ağırlık matrisini,  $[R]$  simetrik pozitif kesin ağırlık matrisini ifade etmektedir. Daha büyük  $[Q]$  kontrolcüden daha iyi bir kontrol performansı talep edildiği anlamına gelmektedir. Daha büyük  $[R]$  ise izin verilen kontrol eforunun azalması anlamına gelmektedir. Lineer kontrol kanunu kullanılarak kontrol girişi,

$$u = -Kx \quad (4.61)$$

olarak yazılabilir. Burada  $K$  geri besleme kontrol kazancını ifade etmektedir. Kontrol kazancıda,

$$K = R^{-1}B^T P \quad (4.62)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Burada  $P$  denklem (4.63)'ün cebirsel Ricatti denklemi çözümüdür.

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (4.63)$$

$P$  hesaplandıktan sonra geri besleme kontrol kazancı elde edilebilir ve denklem (4.35)'de belirtilen eyleyici giriş voltajı hesaplanarak sisteme uygulanabilir.

$[Q]$  ve  $[R]$  ağırlık matrisleri,

$$[Q] = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_n \end{bmatrix}, [R] = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_n \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

şeklinde ifade edilmektedir.  $[Q]$  ve  $[R]$  ağırlık matrislerinin tespit edilmesi kontrolcünün performansı için önemlidir ve literatürde bu matrislerin tespiti çeşitli

yöntemler mevcuttur. Çalışmada literatürde sıklıkla kullanılan Bryson metodu kullanılmıştır [104]. Bryson metodunda  $q_{ii}$  ve  $r_{ii}$  elemanları,

$$q_{ii} = \left( \frac{1}{|x_i|_{max}^2} \right) \quad i = 1,2,3,..,n \quad (4.65)$$

$$r_{ii} = \left( \frac{1}{|u_i|_{max}^2} \right) \quad i = 1,2,3,..,n \quad (4.66)$$

denklemleri kullanılarak elde edilmektedir. Bryson yönteminde,  $n$  durum değişkenli bir sistemde, her bir durum değişkeninin  $q$  durum ağırlık katsayısı, o değişkenin kabul edilebilir maksimum hata miktarına göre belirlenir ( $|x_i|_{max}$ ).  $r$  kontrol ağırlık katsayısının belirlenmesi ise, kontrol sinyalinin kabul edilebilir maksimum değerine bağlıdır ( $|u_i|_{max}$ ).

#### 4.6. MODEL DOĞRULAMA

Simülasyon çalışmasına başlamadan önce, oluşturulan matematiksel sonlu elemanlar modeli literatürde mevcut olan iki sayısal çalışma ile doğrulanmıştır. Birinci çalışmada, dört sonlu elemana bölünmüş bir ankastre giriş için, piezoelektrik elemanlar farklı pozisyonlara yerleştirilerek dört farklı model oluşturulmuş ve her model için baskın ilk iki titreşim modunun doğal frekans değerleri elde edilmiştir [101]. Mevcut çalışmadan elde edilen sonuçlar referans çalışma sonuçları ile karşılaştırılmış sonuçlar Çizelge 4.1’de sunulmuştur.

Çizelge 4.1. Doğal frekans değerlerinin karşılaştırılması.

Model	Doğal frekans (Hz)			
	[101]		Sunulan metot	
	Mod 1	Mod 2	Mod 1	Mod 2
Model 1: Sabit uç	6,66	36,89	6,6581	36,8735
Model 2	4,73	27,43	4,7246	27,4143
Model 3	3,85	30,52	3,8212	30,2934
Model 4: Serbest uç	3,16	25,34	3,0433	25,0924

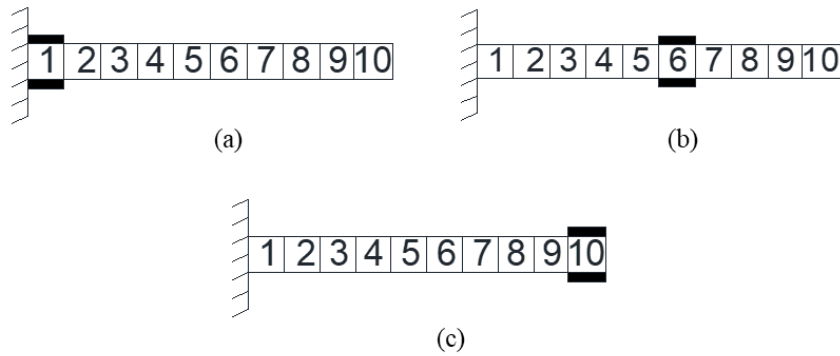
İkinci çalışmada, beş sonlu elemana bölünmüş iki piezoelektrik PVDF katmanından oluşan bimorf ankastre bir kiriş ele alınmış ve 0-200 V aralığında çeşitli voltaj değerleri uygulanarak kirişin uç yer değiştirmeleri elde edilmiştir [105]. Kiriş  $L = 100$  mm,  $w = 5$  mm ve  $h = 1$  mm boyutlarındadır. Uç yer değiştirme değerleri, Çizelge 4.2’de mevcut çalışmadan elde edilen değerlerle karşılaştırılmıştır.

Çizelge 4.2. Serbest uç yer değiştirmelerinin karşılaştırılması.

Voltaj (V)	Serbest uç yer değiştirmesi ( $\times 10^{-4}$ m)	
	[105]	Sunulan metot
50	0,1755	0,1736
100	0,3409	0,3377
150	0,5067	0,4991
200	0,6819	0,6706

#### 4.7. ANALİZ ÇALIŞMALARI

Şekil 4.6’da gösterildiği gibi, kiriş on sonlu elemana bölünmüş ve eyleyici-sensör çifti konumunun kiriş üzerindeki etkisini incelemek için eyleyici-sensör çifti üç farklı konuma yerleştirilmiştir. Sonuç olarak üç farklı model oluşturularak her bir model için durum uzayı modeli ve kontrol parametreleri elde edilmiştir. Akıllı kirişin sonlu elemanlar modeli ve LQR kontrolcü MATLAB yazılımında programlanmıştır. Çalışmada, kirişe birim impuls girişi verilerek serbest uç yer değiştirme cevabı elde edilmiştir. Analizlerde kabul edilebilir maksimum hata %2 olarak, eyleyiciye uygulanan maksimum voltaj değeri ise 50 V olarak alınmıştır. Alüminyum kirişin ve piezoelektrik elemanların fiziksel ve mekanik özellikleri Çizelge 4.3’te verilmiştir.



Şekil 4.6. PZT katmanların dağılımı. (a) model 1, (b) model 2, (c) model 3.

Çizelge 4.3. Alüminyum ve piezoelektrik elemanın mekanik ve fiziksel özellikleri.

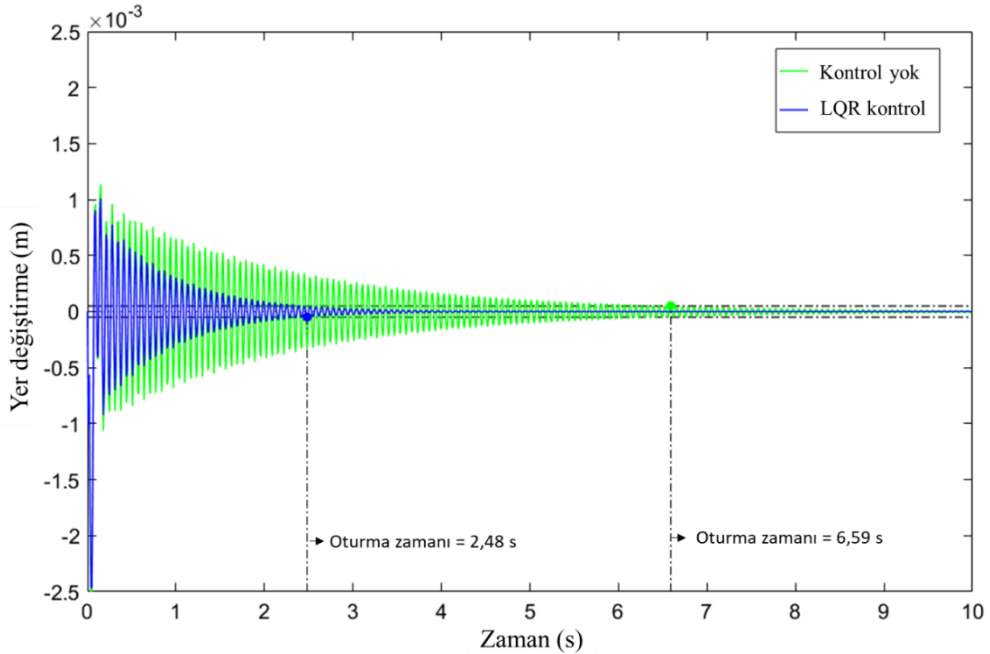
Parametre	Alüminyum kiriş	PZT katman
Uzunluk	$l_k = 0,25$ m	$l_{pe} = l_{ps} = 0,025$ m
Genişlik	$b_k = 0,025$ m	$b_{pe} = b_{ps} = 0,025$ m
Kalınlık	$h_k = 1$ mm	$h_{pe} = h_{ps} = 0,4$ mm
Yoğunluk	$\rho_k = 2768$ kg/m <sup>3</sup>	$\rho_{pe} = \rho_{ps} = 7700$ kg/m <sup>3</sup>
Young modülü	$E_k = 68,9$ GPa	$E_p = 63$ GPa
PZT şekil değiştirme katsayısı		$d_{31} = 254 \times 10^{-12}$ m/V

Her bir model için ilk üç titreşim modunun doğal frekansları Çizelge 4.4'te verilmiştir.

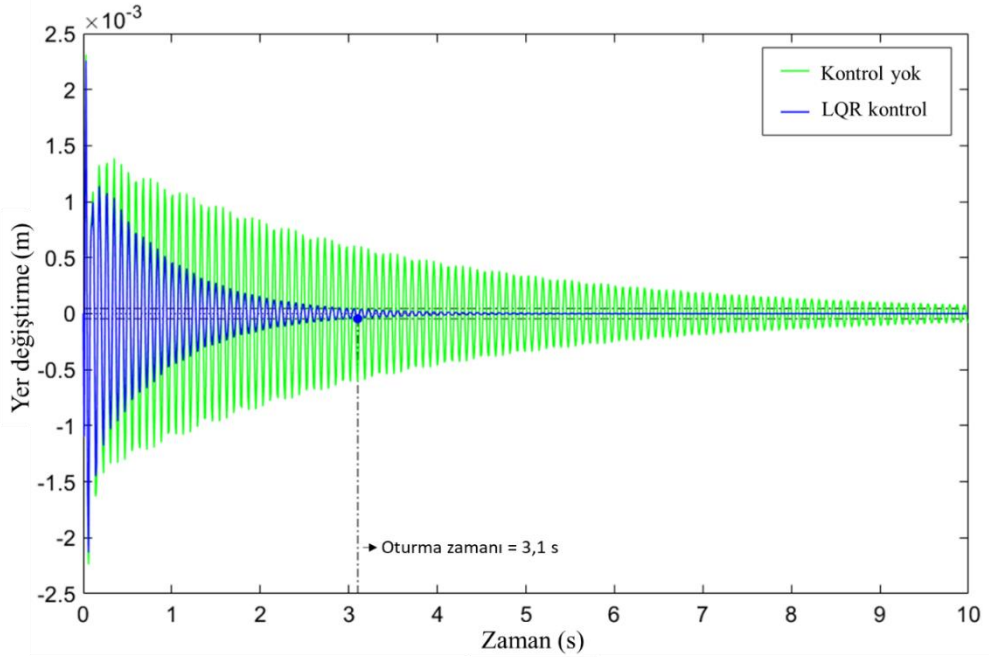
Çizelge 4.4. Doğal frekans değerleri.

Model	Doğal frekans (rad/s)		
	Mod 1	Mod 2	Mod 3
Model 1: Sabit uç	95,56	590,74	1630,50
Model 2	76,53	488,40	1418,32
Model 3: Serbest uç	60,73	444,11	1314,60

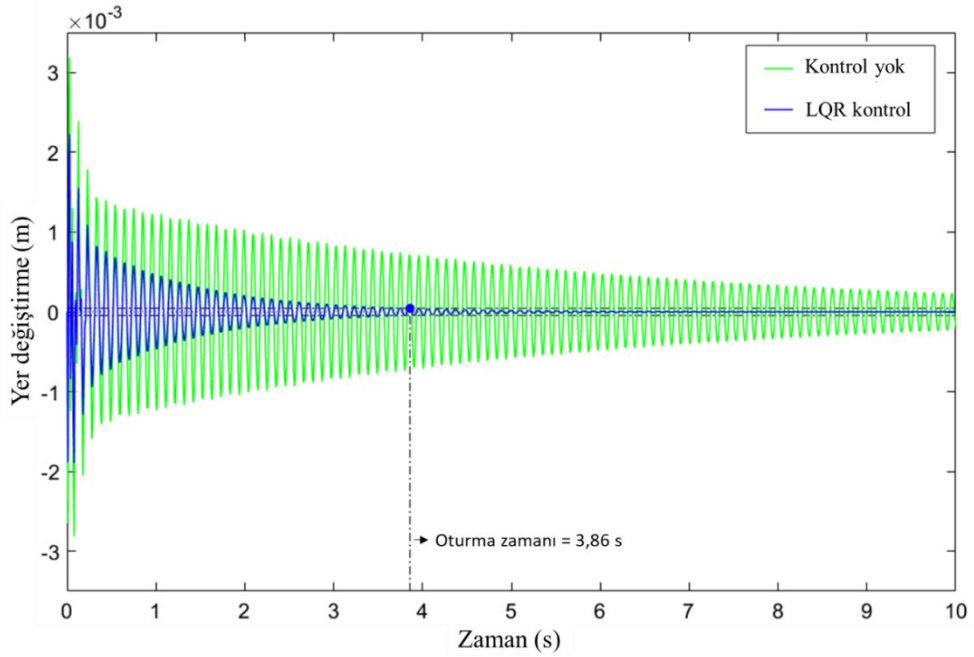
Her bir modelin birim basamak cevabı Şekil 4.7, Şekil 4.8, Şekil 4.9'da gösterilmiştir.



Şekil 4.7. Model 1 için birim basamak yer değiştirme cevabı.



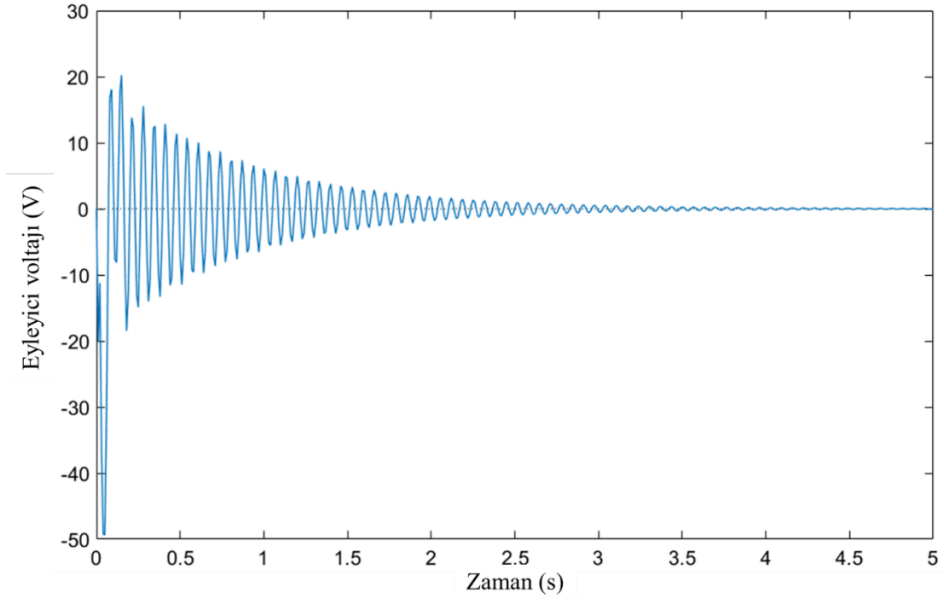
Şekil 4.8. Model 2 için birim basamak yer değiştirme cevabı.



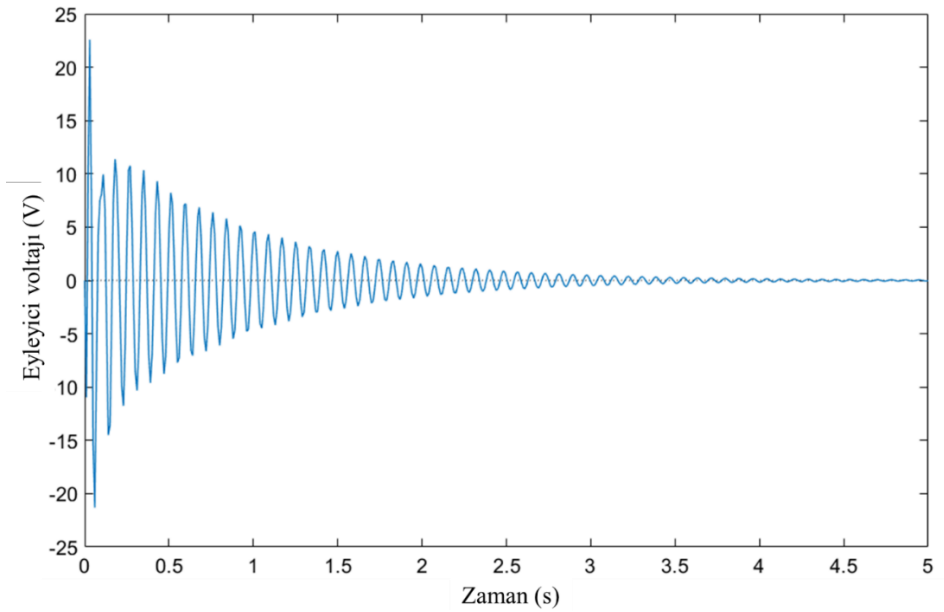
Şekil 4.9. Model 3 için birim basamak yer değiştirme cevabı.

Çizelge 4.4, Şekil 4.7, Şekil 4.8 ve Şekil 4.9 incelendiğinde, sensör-eyleyici çifti ankastre uçtan serbest uca hareket ettikçe sistemin rijitliğinin ve buna bağlı olarak doğal frekans değerlerinin azaldığı ve dolayısıyla titreşim genlikleri ile oturma süresinin arttığı görülmektedir. Ayrıca sistemde kontrol var iken sensör-eyleyici çifti ankastre

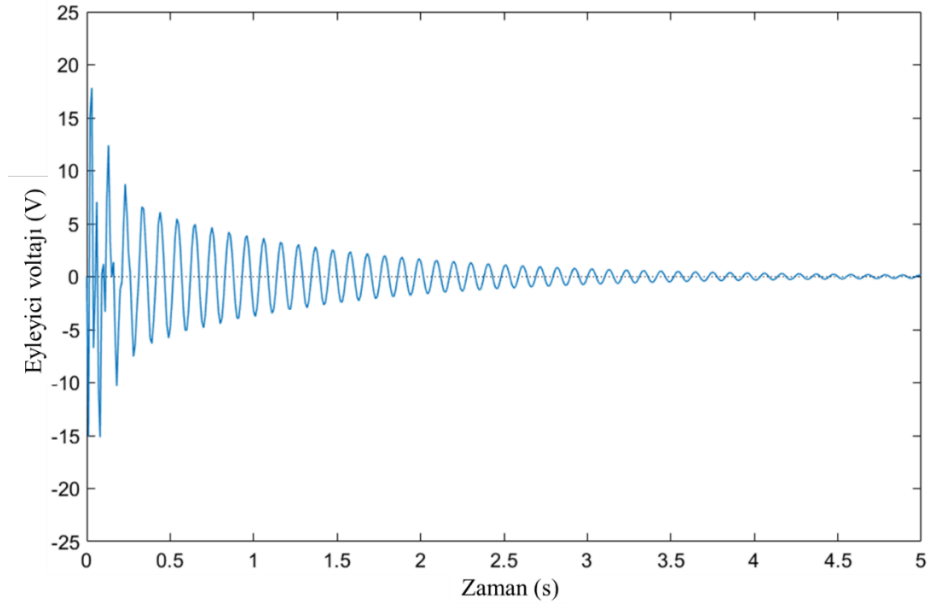
uçtan serbest uca hareket ettikçe eyleyicinin kontrol performansı azalmakta ve oturma süresi artmaktadır. Piezoelektrik eyleyicilerin çalışma voltaj aralıkları kısıtlı olduğu için piezoelektrik eyleyiciler ile titreşim kontrolünde gerekli eyleyici voltajının belirlenmesi önemlidir. Her üç modelin de titreşim kontrolü için gerekli eyleyici voltajı Şekil 4.10, Şekil 4.11 ve Şekil 4.12'deki gibi elde edilmiştir.



Şekil 4.10. Model 1 için maksimum eyleyici voltajı gereksinimi.



Şekil 4.11. Model 2 için maksimum eyleyici voltajı gereksinimi.



Şekil 4.12. Model 3 için maksimum eyleyici voltajı gereksinimi.

Analiz sonuçlarından elde edilen oturma zamanı ve gerekli eyleyici voltajı değerleri Çizelge 4.5’te verilmiştir.

Çizelge 4.5. Oturma zamanı ve eyleyici voltajı.

Model	Oturma zamanı (s)	Maksimum voltaj (V)
Model 1: Sabit uç	2,48	20,12
Model 2	3,1	14,92
Model 3: Serbest uç	3,86	12,30

Çizelge 4.5’te görüldüğü gibi en iyi oturma zamana değerleri model 1’de elde edilmiştir. Model 1’de gerekli eyleyici voltajı diğer modellere göre daha fazla olmasına rağmen oturma zamanı değerleri göz önünde bulundurulduğunda fark önemsenecek boyutlarda değildir.

## BÖLÜM 5

### ANKASTRE PLAKANIN KİRCHHOFF İNCE PLAKA TEORİSİ İLE MODELLENMESİ VE AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ

Plaka, kalınlığı diğer yanal boyutlarına göre (uzunluk, genişlik) daha küçük, düzlemsel iki boyutlu yapı bileşenleri olarak tanımlanabilir. Plakaların sabit kalınlığı  $h$ , diğer boyutlarına göre oldukça küçüktür; yaklaşık olarak plakanın en küçük yanal boyutu, kalınlığından en az on kat daha büyük olmalıdır. Genel olarak kalınlığının en küçük yanal boyuta oranı  $1/20$ 'den az olan plakalar ince plaka olarak adlandırılmaktadır [96]. Plakalar, kalınlığın yanal uzunluğa oranı ( $h/L$ ) göz önüne alınarak dört gruba ayrılabilirler [106]:

1. Membranlar  $h/L$  oranları  $1/50$ 'den daha küçük, eğilme rijitliği olmayan, eksenel ve merkezi kesme kuvvetleri ile yükleri taşıyan, çok ince plakalardır.
2. Rijit plaka olarak da adlandırılan ince plakalar  $h/L$  oranları  $1/50 - 1/10$  aralığında olan eğilme rijitliğine sahip, iki boyutlu yükleri çoğunlukla iç eğilme ve burulma momentleri ve enine kesme ile taşıyan plakalardır.
3. Orta kalınlıktaki plakalar  $h/L$  oranları  $1/10 - 1/5$  aralığında olan rijit plaka özelliklerinin yanı sıra enine kesme kuvvetlerinin normal gerilme bileşenleri üzerindeki etkilerinin de dikkate alındığı plakalardır.
4. Kalın plakalar  $h/L$  oranları  $1/5$ 'den büyük olan gerilmenin üç boyutlu durumunun tanımlandığı plakalardır.

Bu bölümde, iki piezoelektrik katman arasına sandviç edilmiş izotropik bir plaka sonlu elemanlar yöntemi ve Kirchhoff ince plaka teorisi kullanılarak modellenmiş ve plakanın statik eğilme analizi, dinamik analizi, statik geometri kontrolü ve aktif titreşim kontrolü yapılmıştır. Euler-Bernoulli kiriş teorisinin plakalara genişletilmesi, Kirchhoff ince plaka teorisi veya klasik plaka teorisi olarak bilinmektedir. Plakanın hareket denklemleri Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Plakanın titreşim



kontrolünde negatif hız geri besleme kontrol yöntemi kullanılmış olup dinamik analizinde ise Newmark  $\beta$  integrasyon metodu kullanılmıştır.

### 5.1. KIRCHHOFF İNCE PLAKA TEORİSİ VARSAYIMLARI

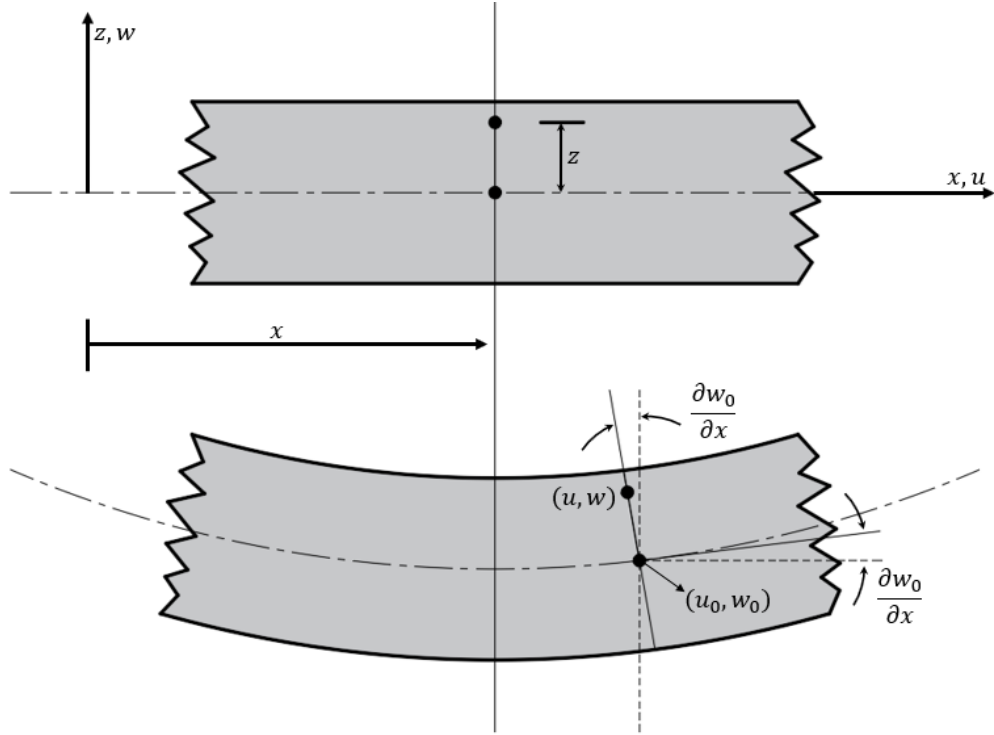
Klasik ince plaka teorisi, yer değiştirme alanının Kirchhoff hipotezine dayandığı bir teoridir ve aşağıdaki üç madde ile özetlenebilir [107].

1. Deformasyondan önce orta yüzeye dik olan kesitler (yani enine normaller) deformasyondan sonra düz kalır.
2. Enine normaller uzamazlar.
3. Enine normaller, deformasyondan sonra orta yüzeye dik kalacak şekilde dönerler.

Bu varsayımlar, enine normal şekil değiştirme  $\varepsilon_{zz}$  ve enine kayma şekil değiştirmesi  $\gamma_{xz}$  ve  $\gamma_{yz}$  'nin sıfır olduğu anlamına gelmektedir.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0\end{aligned}\tag{5.1}$$

Kirchhoff hipotezinin deforme olmuş ve deforme olmamış plaka geometrisi ile gösterimi Şekil 5.1'de verilmiştir.



Şekil 5.1. Kirchhoff hipotezinin deforme olmuş ve deforme olmamış plaka geometrisi ile gösterimi [108].

## 5.2. ANKASTRE PLAKANIN SONLU ELEMANLAR MODELİ

Bu bölümde, Kirchhoff hipotezine dayanarak klasik plaka teorisinin temelleri ve iki piezoelektrik katman arasına sandviç edilmiş izotropik bir plakanın sonlu elemanlar modelinin oluşturulması sunulmuştur. Plaka denklemlerinin elde edilmesinde aşağıdaki kabuller yapılmıştır [106]:

1. Ele alınan plaka izotropik, homojen ve lineer elastiktir.
2. Plaka başlangıçta düzdür.
3. Enine yer değiştirme  $w(x, y)$  plaka kalınlığına göre oldukça küçüktür.
4. Plakanın orta yüzeyi eğilme sırasında gerinime uğramaz.
5. Deformasyondan önce orta yüzeye dik alınan kesitler deformasyona uğramış orta düzleme dik ve düzlemsel olarak kalır. Yani, kayma deformasyonları ihmal edilir.
6. Plaka yüzeyine dik doğrultudaki normal gerilme  $\sigma_{zz}$  ihmal edilmiştir.
7. Piezoelektrik katmanlar plakaya mükemmel bir şekilde bağlanmıştır.

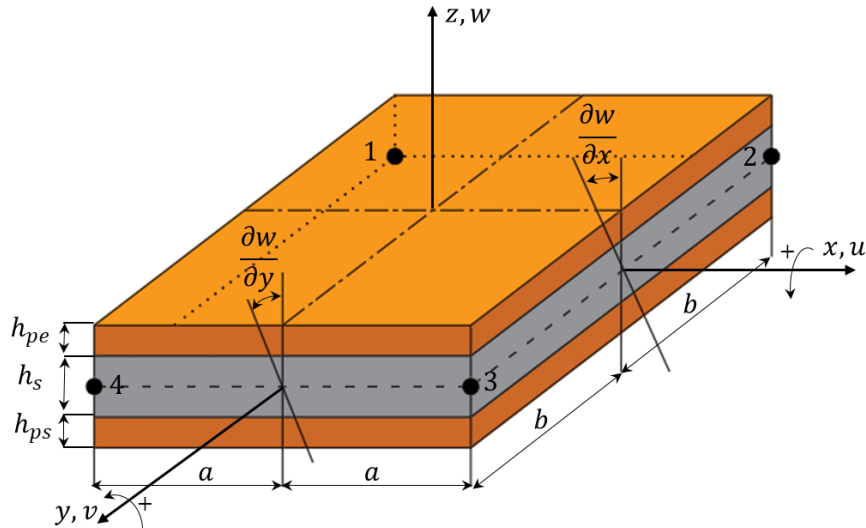
Bu kabuller yardımıyla, başlangıçtaki üç boyutlu elastisite problemi, sadece iki boyut içeren bir probleme indirgenmektedir.

### 5.2.1. Şekil Değişirme ve Yer Değişirme

Bu bölümde uzunluğu  $l_{pl}$ , genişliği  $w_{pl}$ , ve kalınlığı  $h_{pl}$  olan izotropik bir plaka ele alınmıştır. Kirchhoff plaka teorisine dayanarak lokal eksenlerdeki  $(x, y, z)$  herhangi bir noktanın yer değişirme alanı  $u$ ,  $v$ , ve  $w$  denklem (5.2) ile elde edilir.

$$\begin{aligned} u &= -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ v &= -z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w &= w(x, y) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Şekil 5.2’de gösterildiği gibi  $x$  ve  $y$  eksenleri plakanın orta yüzeyine gelecek şekilde seçilmiş düzlem içi eksenlerdir ve  $z$  eksenini plakanın kalınlığı doğrultusunda seçilmiştir. Ayrıca  $u$  ve  $v$  sırasıyla  $x$  ve  $y$  eksenlerindeki yer değişirmeyi ifade ederken,  $w$  ise  $z$  eksenindeki enine yer değişirmeyi temsil etmektedir.



Şekil 5.2. Akıllı plaka sonlu elemanın koordinat sistemi ve fiziksel parametrelerinin gösterimi.

Enine kayma deformasyonu ihmal edildiğinden, şekil değiştirme alanı yer değiştirme cinsinden denklem (5.3)'deki gibi yazılabilir.

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = -z \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

İzotropik malzeme için, düzlemsel gerilme ( $\sigma$ ) ve şekil değiştirme ( $\varepsilon$ ) arasındaki ilişki denklem (5.4)'teki gibidir.

$$\{\sigma\} = [C_s]\{\varepsilon\} \quad (5.4)$$

Burada  $\{\sigma\}$  gerilme vektörü ve  $[C_s]$  plaka elastik sabit matrisi,

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}\} \quad (5.5)$$

$$[C_s] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

eşitlikleri ile ifade edilir. Burada  $\nu$  Poisson oranını ifade etmektedir.

Şekil 5.3'te gösterildiği gibi plakanın sonlu elemanlara ayrılmasında dört düğüm noktalı dikdörtgen düz plaka elemanı kullanılmıştır. Sonlu eleman dört düğüm noktasına sahiptir ve her bir düğüm noktasına enine yer değiştirme ve dönme olmak üzere dört serbestlik derecesi ( $w, \theta_x, \theta_y, \theta_{xy}$ ) tanımlanmıştır. Yani her bir sonlu eleman toplamda on altı serbestlik derecesine sahiptir.



Kirchhoff teorisine göre, dikdörtgen elemandaki düğüm yer değiştirme vektörü  $\{q_i\}$  denklem (5.11)'deki gibi yazılabilir.

$$\{q_i\} = \begin{Bmatrix} w \\ \frac{\partial w}{\partial y} \\ -\frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}, \quad i = 1,2,3,4. \quad (5.11)$$

$$\{q_i\} = \{w_1 \quad \theta_{x_1} \quad \theta_{y_1} \quad \theta_{xy_1} \quad w_2 \quad \theta_{x_2} \quad \theta_{y_2} \quad \theta_{xy_2} \quad w_3 \quad \theta_{x_3} \quad \theta_{y_3} \\ \theta_{xy_3} \quad w_4 \quad \theta_{x_4} \quad \theta_{y_4} \quad \theta_{xy_4}\}^T \quad (5.12)$$

Denklem (5.8), denklem (5.9), denklem (5.10) ve denklem (5.11) kullanılarak sonlu elemanın düğüm yer değiştirme alanı denklem (5.13)'teki gibi yazılır.

$$\{q_i\} = [Y]\{\lambda\} \quad (5.13)$$

$[Y]_{16 \times 16}$  matrisi Ek açıklamalar A'da verilmiştir. Denklem (5.13) kullanılarak  $\{\lambda\}$  katsayı vektörü aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\{\lambda\} = [Y]^{-1}\{q_i\} \quad (5.14)$$

Denklem (5.14), denklem (5.8)'de yerine yazılırsa,  $w$  yer değiştirme alanı denklem (5.15)'deki gibi elde edilir.

$$w = \{W\}[Y]^{-1}\{q_i\} = [N]\{q_i\} \quad (5.15)$$

$$w = [N_1 \quad \dots \quad N_{16}] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \vdots \\ q_{16} \end{Bmatrix} \quad (5.16)$$

Burada  $[N]$  şekil fonksiyonu matrisi  $\{q_i\}$  ise düğüm yerdeğiştirme vektörüdür.

Denklem (5.15), denklem (5.3)'de yerine yazılırsa şekil değiştirme vektörü  $\{\varepsilon\}$ ,

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = -z \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} [Y]^{-1} \{q_i\} \quad (5.17)$$

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = -z [O_M] [Y]^{-1} \{q_i\} = z [B_u] \{q_i\} \quad (5.18)$$

denklem (5.18)'deki gibi elde edilir.

Burada  $[O_M]$  matrisi 3x16 boyutlarındadır ve denklem (5.19)'daki gibi elde edilmiştir.

$$[O_M] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 6x & 2y & 0 & 0 & 6xy & 2y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2x & 6y & 0 & 2x^2 & 6xy \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4x & 4y & 0 & 6x^2 & 8xy & 6y^2 \\ & & & & & & & & & & 6xy^2 & 2y^3 & 6xy^3 \\ & & & & & & & & & & 2x^3 & 6x^2y & 6x^3y \\ & & & & & & & & & & 12x^2y & 12xy^2 & 18x^2y^2 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Yer değiştirme alanı  $u$ ,  $v$  ve  $w$ ,  $\{q\}$  vektörü ile denklem (5.20)'deki gibi yazılabilir.

$$\{q\} = \begin{bmatrix} w \\ u \\ v \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Denklem (5.2) denklem (5.20)'de yerine yazılırsa  $\{q\}$  vektörü,

$$\{q\} = \begin{bmatrix} w \\ -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ -z \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

şeklinde elde edilir. Denklem (5.15), denklem (5.21)'de yerine yazılırsa,

$$\{q\} = [H_{pl}] [O_N][Y]^{-1}\{q_i\} \quad (5.22)$$

denklemini elde edilir. Burada  $[O_N]$  ve  $[H_{pl}]$  matrisleri,

$$[O_N] = \begin{Bmatrix} \{W\} \\ \frac{\partial \{W\}}{\partial x} \\ \frac{\partial \{W\}}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (5.23)$$

$$[O_N] = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & xy^2 & y^3 & x^3y & x^2y^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2x & y & 0 & 3x^2 & 2xy & y^2 & 0 & 3x^2y & 2xy^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y & 0 & x^2 & 2xy & 3y^2 & x^3 & 2x^2y \\ & & & & & & & xy^3 & x^3y^2 & x^2y^3 & x^3y^3 \\ & & & & & & & y^3 & 3x^2y^2 & 2xy^3 & 3x^2y^3 \\ & & & & & & & 3xy^2 & 2x^3y & 3x^2y^2 & 3x^3y^2 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$[H_{pl}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -z & 0 \\ 0 & 0 & -z \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Denklem (5.24) ve (5.25)'deki gibi elde edilmiştir.

### 5.2.2. Piezoelektrik Denklemler

Piezoelektrik malzemenin düz ve ters piezoelektrik denklemleri gerilme ve elektriksel yer değiştirme cinsinden denklem (5.26) ve (5.27)'deki gibi yazılabilir.

$$\{\sigma\} = [C_p^E]\{\varepsilon\} - [e]\{E\} \quad (5.26)$$

$$\{D\} = [e]^T\{\varepsilon\} + [\xi^E]\{E\} \quad (5.27)$$



Burada  $\{\sigma\} = \{\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{xy}\}^T$  gerilme vektörünü,  $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ \gamma_{xy}\}^T$  şekil değiştirme vektörünü,  $[C_p^E]$  sabit elektrik alandaki elastik sabit matrisini,  $e$  piezoelektrik gerilme katsayısını,  $\{E\} = \{E_x \ E_y \ E_z\}^T$  elektrik alan vektörünü,  $\{D\} = \{D_x \ D_y \ D_z\}^T$  elektriksel yer değiştirme vektörünü ve  $\xi^S$  sabit mekanik şekil değiştirmedeki dielektrik matrisini ifade etmektedir.

Denklem (5.26) ve (5.27) plakaya göre yeniden düzenlenirse,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (5.28)$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \xi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (5.29)$$

denklemleri elde edilir.

$[C_p^E]$  matrisi elemanları aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} [C_p^E] &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \\ C_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad C_{12} = C_{21} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ C_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad C_{66} = \frac{1 - \nu_{12}}{2} C_{11} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Elektriksel gerilimin piezoelektrik katmanın alt ve üst yüzeyleri arasında kalınlık doğrultusunda uygulandığı ve böylelikle piezoelektrik katmanların kalınlık doğrultusunda kutuplandığı kabul edilmiştir. Elektriksel alanın sadece z eksenini doğrultusunda oluştuğu ve sabit olduğu göz önünde bulundurularak elektriksel alan denklem (5.32) ile hesaplanabilir.

$$\{E\} = [0 \ 0 \ E_z]^T \quad (5.31)$$

$$E_z = -\phi/h_{pe} \quad (5.32)$$

Burada  $\phi$  ve  $h_{pe}$  sırasıyla uygulanan voltaj ve piezoelektrik katmanın kalınlığını ifade etmektedir. Denklem (5.31) yeniden düzenlenerek aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\{E\} = -\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{h_{pe}} \end{Bmatrix} \phi = -B_\phi \phi \quad (5.33)$$

### 5.2.3. Eleman Matrislerinin Elde Edilmesi

Akıllı kirişin hareket denklemleri Hamilton Prensipli kullanılarak elde edilmiştir.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_e) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = 0 \quad (5.34)$$

Burada  $t_1$  ve  $t_2$  başlangıç ve bitiş zamanını,  $T$  ve  $U$  kinetik ve potansiyel enerjiyi,  $W_e$  elektrik enerjisini ve  $\delta W$  dış kuvvetler tarafından yapılan sanal işi ifade etmektedir.

Sonlu elemanın kinetik enerjisi ifadesi denklem (5.35) ile hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \int_V \rho \{\dot{q}\}^T \{\dot{q}\} dV \\ &= \frac{1}{2} \int_{V_s} \rho_s \{\dot{q}\}^T \{\dot{q}\} dV_s + \frac{1}{2} \int_{V_{pe}} \rho_{pe} \{\dot{q}\}^T \{\dot{q}\} dV_{pe} \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{V_{ps}} \rho_{ps} \{\dot{q}\}^T \{\dot{q}\} dV_{ps} \end{aligned} \quad (5.35)$$

burada  $\rho$  yoğunluğu,  $\{\dot{q}\}$  hız alanını ( $\{\dot{q}\} = [\dot{u} \quad \dot{v} \quad \dot{w}]^T$ ) ve  $V$  eleman hacmini ifade etmektedir.  $dV$  denklem (5.36) ile hesaplanmıştır.

$$dV = dV_s + dV_{pe} + dV_{ps} \quad (5.36)$$

Burada  $V_s$ ,  $V_{pe}$  ve  $V_{ps}$  sırasıyla izotropik ana plakanın, piezoelektrik eyleyicinin ve piezoelektrik sensörün hacmini ifade etmektedir.  $dV_s$ ,  $dV_{pe}$  ve  $dV_{ps}$  denklem (5.37) ile hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}
dV_s &= \int_{-h_s/2}^{h_s/2} \int_{-b}^b \int_{-a}^a dx dy dz \\
dV_{pe} &= \int_{h_s/2}^{h_s/2+h_{pe}} \int_{-b}^b \int_{-a}^a dx dy dz \\
dV_{ps} &= \int_{-h_s/2-h_{ps}}^{-h_s/2} \int_{-b}^b \int_{-a}^a dx dy dz
\end{aligned} \tag{5.37}$$

Sonlu elemanın potansiyel enerji ifadesi denklem (5.38)'deki gibi hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned}
U &= \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV \\
&= \frac{1}{2} \int_{V_s} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV_s + \frac{1}{2} \int_{V_{pe}} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV_{pe} + \frac{1}{2} \int_{V_{ps}} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV_{ps}
\end{aligned} \tag{5.38}$$

Sonlu elemanın elektriksel enerjisi denklem (5.39) ile hesaplanmıştır.

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V_{pe}} \{E\}^T \{D\} dV_{pe} + \frac{1}{2} \int_{V_{ps}} \{E\}^T \{D\} dV_{ps} \tag{5.39}$$

Dış yükler (mekanik kuvvetler ve elektrik yükleri) tarafından yapılan sanal iş denklem (5.40) ile hesaplanmıştır [109].

$$\delta W = \int_V \{\delta q\}^T \{f_B\} dV + \int_{A_1} \{\delta q\}^T \{f_A\} dA_1 + \{\delta q\}^T \{f_C\} - \int_{A_2} \delta \Phi \sigma_A dA_2 \tag{5.40}$$

burada  $f_B$ ,  $f_A$  ve  $f_C$  sırasıyla gövde, yüzey ve noktasal kuvveti;  $\sigma_A$  yüzey elektriksel yük yoğunluğunu;  $A_1$  ve  $A_2$  mekanik kuvvet ve elektriksel yük ile ilişkilendirilmiş yüzey alanlarını ifade etmektedir.

Denklem (5.26), denklem (5.38)'de ve denklem (5.27)'de denklem (5.39)'da yerine yazılırsa  $U$  potansiyel enerji ve  $W_e$  elektriksel enerji ifadesi denklem (5.41) ve denklem (5.42)'deki gibi elde edilir.

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [C_t] \{\varepsilon\} dV - \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [e] \{E\} dV; \quad [C_t] = [C_p^E] + [C_s] \quad (5.41)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \int_V \{E\}^T [e]^T \{\varepsilon\} dV + \frac{1}{2} \int_V \{E\}^T [\xi^E] \{E\} dV \quad (5.42)$$

Denklem (5.35), denklem (5.40), denklem (5.41) ve denklem (5.42) denklem (5.34)'de yerine yazılarak Hamilton ifadesi denklem (5.43)'deki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_V \rho \{\delta q\}^T \{\ddot{q}\} dV - \int_V \{\delta \varepsilon\}^T [C_t] \{\varepsilon\} dV + \int_V \{\delta \varepsilon\}^T [e] \{E\} dV \right. \\ \left. + \int_V \{\delta E\}^T [e]^T \{\varepsilon\} dV + \int_V \{\delta E\}^T [\xi^E] \{E\} dV \right. \\ \left. + \int_V \{\delta q\}^T \{f_B\} dV + \int_{A_1} \{\delta q\}^T \{f_A\} dA_1 + \{\delta q\}^T \{f_C\} \right. \\ \left. - \int_{A_2} \delta \phi \sigma_A dA_2 \right\} dt = 0 \end{aligned} \quad (5.43)$$

Denklem (5.18), denklem (5.22) ve denklem (5.33) denklem (5.43)'de yerine yazılıp daha sonra denklemin  $q$  ve  $\phi$ 'ye göre varyasyonu alınarak hareket denklemi denklem (5.44)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} [M_{qq}^e] \{\ddot{q}_e\} + [K_{qq}^e] \{q_e\} + [K_{q\phi}^e] \{\phi^e\} - \{F_{a1s}^e\} &= 0 \\ [K_{\phi q}^e] \{q_e\} + [K_{\phi\phi}^e] \{\phi^e\} - \{F_{e1}^e\} &= 0 \end{aligned} \quad (5.44)$$

Burada  $[M_{qq}^e]$ ,  $[K_{qq}^e]$ ,  $[K_{q\phi}^e]$  ve  $[K_{\phi\phi}^e]$  sırasıyla kütle, mekanik dirençlilik, elektromekanik dirençlilik ve dielektrik dirençlilik matrislerini ifade etmektedir.

Ayrıca,  $F_{dış}$  ve  $F_{el}$  uygulanan dış mekanik kuvvet ile elektriksel kuvveti ifade etmektedir. Gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra eleman matrislerinin denklemleri denklem (5.45)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
[M_{qq}^e] &= \rho \int_V [N]^T [N] dV \\
[K_{qq}^e] &= z^2 \int_V [B_u]^T [C_t] [B_u] dV \\
[K_{q\phi}^e] &= [K_{\phi q}^e]^T = z \int_V [B_u]^T [e] [B_\phi] dV \\
[K_{\phi\phi}^e] &= \int_V [B_\phi]^T [\xi] [B_\phi] dV \\
\{F_{dış}^e\} &= \int_V \{f_B\} dV + \int_{A_1} \{f_A\} dA_1 + \{f_C\} \\
\{F_{el}^e\} &= \int_{A_2} \sigma_A dA_2
\end{aligned} \tag{5.45}$$

Eleman direngenlik, kütle ve dış kuvvet matrisleri yerel koordinatlarda elde edildiğinden yerel koordinatlardan global koordinatlara dönüşümleri gereklidir. Bu dönüşümlerden sonra denklem (5.44) aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} M_{qq} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{qq}] & [K_{q\phi}] \\ [K_{\phi q}] & [K_{\phi\phi}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{dış} \\ F_{el} \end{Bmatrix} \tag{5.46}$$

### 5.3. STATİK DENKLEMLER

Statik analizde plakanın ilk olarak  $F_{dış}$  dış kuvveti ile deforme edilerek sensör voltajı üretildiği daha sonra eyleyicinin sensör voltajına karşılık bir kontrol kuvveti oluşturduğu kabul edilmiştir. Elektrik gerilim vektörünün ( $\{\phi\}$ ), eyleyici voltajı ( $\phi_e$ ) ve sensör voltajından ( $\phi_s$ ) oluştuğu ve voltajın sadece eyleyiciye uygulandığı göz önünde bulundurularak hareket denklemleri aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir [40].

$$M_{qq}\{\ddot{q}\} + [K_{qq}]\{q\} + [K_{q\phi}]_S\{\phi_s\} = \{F_{dış}\} - [K_{q\phi}]_E\{\phi_e\} \quad (5.47)$$

$$[K_{q\phi}]_E\{q\} + [K_{\phi\phi}]_E\{\phi_e\} = \{F_{el}\} \quad (5.48)$$

$$[K_{q\phi}]_S\{q\} + [K_{\phi\phi}]_S\{\phi_s\} = 0 \quad (5.49)$$

Denklem (5.49) kullanılarak, uygulanan dış mekanik kuvvet karşısında sensörde indüklenen elektrik voltajı denklem (5.50)'deki gibi elde edilir.

$$\{\phi_s\} = -[K_{\phi\phi}]_S^{-1}[K_{q\phi}]_S\{q\} \quad (5.50)$$

Denklem (5.50), denklem (5.47)'de yerine yazılarak aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$[M_{qq}]\{\ddot{q}\} + [K_{qq}]\{q\} - [K_{q\phi}]_S[K_{\phi\phi}]_S^{-1}[K_{q\phi}]_S\{q\} = \{F_{dış}\} - [K_{q\phi}]_E\{\phi_e\} \quad (5.51)$$

Eyleyici voltajı  $\phi_e$  yükseltilmiş sensör voltajı olarak denklem (5.52)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\{\phi_e\} = -G\{\phi_s\} = -G[K_{\phi\phi}]_S^{-1}[K_{q\phi}]_S\{q\} \quad (5.52)$$

Burada  $G$  yükselteç kazancını ifade etmektedir. Yükseltilmiş sensör voltajı eyleyiciye uygulanarak  $\{q\}_{eyl}$  yerdeğiştirme vektörü denklem (5.53)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} & \left( [K_{qq}] - [K_{q\phi}]_S[K_{\phi\phi}]_S^{-1}[K_{q\phi}]_S \right) \{q\}_{eyl} \\ & = G[K_{q\phi}]_E[K_{\phi\phi}]_S^{-1}[K_{q\phi}]_S\{q\}_{mek} \end{aligned} \quad (5.53)$$

#### 5.4. DİNAMİK DENKLEMLER

Yapısal sönüm etkisi Rayleigh oransal sönüm metodu kullanılarak modele dahil edilmiştir. Denklem (4.43), denklem (4.44) ve denklem (5.51) kullanılarak akıllı kirişin hareket denklemi denklem (5.54)'deki gibi elde edilmiştir.

$$[M_{qq}]\{\ddot{q}\} + [C_{qq}]\{\dot{q}\} + [K_T]\{q\} = \{F_{dis}\} - [K_{q\phi}]_E\{\phi_e\} \quad (5.54)$$

$$[K_T] = \left( [K_{qq}] - [K_{q\phi}]_S [K_{\phi\phi}]_S^{-1} [K_{\phi q}]_S \right)$$

Gauss kanununa dayanarak, sensörün çıkış yükü sensör yüzeyi boyunca elektrik yükünün integral alınması ile hesaplanabilir.

$$Q^i(t) = \sum Q_j^i(t) \quad (5.55)$$

$$Q_j^i(t) = \frac{1}{2} \left( \int_{A_j^+} D_z dA + \int_{A_j^-} D_z dA \right) \quad (5.56)$$

Burada alt indis  $j$ ,  $i$ . sensörün eleman numarasını ifade ederken  $A_j^+$  ve  $A_j^-$  sensör elemanının üst ve alt yüzeyini ifade etmektedir.

Denklem (5.18) ve denklem (5.27), denklem (5.56)'da yerine yazılırsa sensör çıkış yükü denklem (5.57)'deki gibi elde edilir.

$$Q_j^i(t) = \int_A [e]^T \{\varepsilon\} dA = \int_A [e]^T [B_u] dA \{q_j\} = [K_{\phi q}]_S^j \{q_j\} \quad (5.57)$$

$(i = 1,2,3,4), (j = 1 \dots N_s)$

Burada  $[K_{\phi q}]_S^j$  ve  $\{q_j\}$   $j$ . sensör elemanının elektromekanik direngenlik matrisini ve düğüm yer değiştirme vektörünü ifade etmektedir. Ayrıca  $N_s$  plaka üzerindeki sensör elemanının sayısını ifade etmektedir.

Denklem (5.57) kullanılarak,  $i$ . piezoelektrik sensörün toplam elektriksel yükü denklem (5.58)'deki gibi bulunur.

$$Q^i(t) = \sum Q_j^i(t) = [K_{\phi q}]_S^i \{q\} \quad (5.58)$$

$i$ . sensör tarafından oluşturulan akım denklem (5.59) ile hesaplanmıştır.

$$I^i(t) = \frac{dQ^i}{dt} \quad (5.59)$$

Piezoelektrik sensörün bir şekil değiştirme oran sensörü olarak kullanıldığı göz önüne alındığında, toplam çıkış yükü  $Q^i$ , yükselteç kazancı  $G_c$  ile sensör çıkış voltajına dönüştürülebilir.

$$\phi_S^i = G_i \frac{dQ^i}{dt} = G_c [K_{\phi q}]_S^i \{\dot{q}\} \quad (5.60)$$

Denklem (5.60) kullanılarak piezoelektrik sensörün gerilim vektörü denklem (5.61)'deki gibi düzenlenebilir.

$$\{\phi_S\} = [\phi_S^1 \quad \dots \quad \phi_S^{N_s}]^T = G_c [K_{\phi q}]_S \{\dot{q}\} \quad (5.61)$$

Sensör çıkış voltajının eyleyiciye  $G_i$  kontrol kazancı ile uygulandığı göz önüne alındığında, eyleyici voltajı denklem (5.62)'deki gibi hesaplanabilir.

$$\{\phi_E\} = -G_i G_c [K_{\phi q}]_S \{\dot{q}\} \quad (5.62)$$

Denklem (5.62), denklem (5.54)'de yerine yazılarak sistemin hareket denklemi denklem (5.63)'deki gibi elde edilmiştir.



$$[M_{qq}]\{\ddot{q}\} + ([C_{qq}] + [C_A])\{\dot{q}\} + ([K_{qq}] - [K_{q\phi}]_S [K_{\phi\phi}]_S^{-1} [K_{\phi q}]_S)\{q\} = \{F_{dis}\} \quad (5.63)$$

Burada  $[C_A]$  aktif sönüm matrisidir ve denklem (5.64)'deki gibi hesaplanabilir.

$$[C_A] = -G_i G_c [K_{q\phi}]_A [K_{\phi q}]_S \quad (5.64)$$

## 5.5. SAYISAL ANALİZ ÇALIŞMALARI

Bu bölümde ilk olarak, sunulan model için yakınsama analizi yapılmıştır. Daha sonra yöntem plakanın çeşitli sınır koşullarında statik eğilme analizi, dinamik analizi, statik geometri kontrolü ve aktif titreşim kontrolünde kullanılmıştır. Analiz çalışmalarında kullanılan PZT-4, PZT-5A, PZT-5H, PZT-6B, PZT-7A, PZT-8 ve Alüminyumun mekanik ve elektriksel malzeme özellikleri Çizelge 5.1 de verilmiştir. Plaka, sensör ve eyleyicinin geometrik boyutları  $l_{pl} = w_{pl} = 0.4$  m,  $h_s/l_{pl} = 0.02$  ve  $h_{pe,ps}/l_{pl} = 0.01$  olarak ele alınmıştır. Plakanın üst yüzeyine yapıştırılan piezoelektrik katmanın eyleyici olarak, alt yüzeyine yapıştırılan katmanın ise sensör olarak görev yaptığı kabul edilmiştir.

Analiz çalışmalarında ankastre mesnet (C), basit mesnet (S) ve serbest uç (F) olmak üzere üç farklı mekanik sınır koşulu kullanılmıştır. Sınır koşulları,

$x = 0, w_{pl}$  kenarı boyunca:

$$\text{Ankastre mesnet için : } u = v = w = \theta_x = \theta_y = 0$$

$$\text{Basit mesnet için : } N_x = M_x = v = w = \theta_y = 0$$

$$\text{Serbest uç için : } N_x = N_{xy} = M_x = M_{xy} = 0$$

olarak alınmıştır.

Çizelge 5.1. Mekanik ve elektriksel malzeme özellikleri.

Parametre	Al	PZT-4	PZT-5A	PZT-5H	PZT-6B	PZT-7A	PZT-8
$E$ (GPa)	70	-	-	-	-	-	-
$\nu$	0,3	-	-	-	-	-	-
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	2707	7500	7750	7500	7550	7600	7600
<b>Elastik sabitler (GPa)</b>							
$C_{11} = C_{22}$	-	139	121	126	168	148	137
$C_{33}$	-	115	111	117	163	131	123
$C_{12}$	-	77,8	75,9	79,1	84,7	76,1	69,9
$C_{13} = C_{23}$	-	74	75,4	83,9	84,2	81,3	71,1
$C_{44} = C_{55}$	-	25,6	21,1	23	35,5	25,3	31,3
$C_{66}$	-	30,6	22,7	23,5	42,4	35,9	44,13
<b>Piezoelektrik sabitler (C/m<sup>2</sup>)</b>							
$e_{31} = e_{32}$	-	-5,2	-5,4	-6,5	-0,9	-2,1	-4
$e_{15} = e_{24}$	-	12,7	12,3	17	4,6	9,2	10,4
$e_{33}$	-	15,1	15,8	23,3	7,1	9,5	17,5
<b>Dielektrik sabitler (nF/m)</b>							
$\xi_{11} = \xi_{22}$	-	6,46	8,11	15,05	3,6	4,07	7,97
$\xi_{33}$	-	5,62	7,35	13,02	3,42	2,08	5,14

### 5.5.1. Yakınsama Analizi

Sunulan modelin yakınsama analizinde, iki PZT-5H piezoelektrik katman arasında sandviç edilmiş plakanın CFFF sınır koşullarında ilk altı doğal frekansı elde edilmiş sonuçlar Çizelge 5.2’de sunulmuştur.

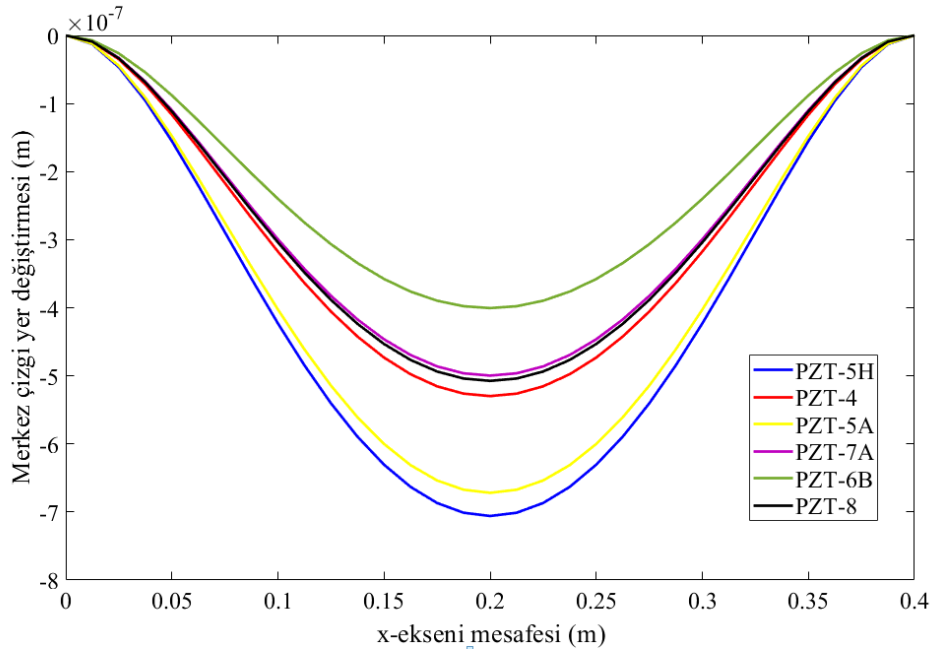
Çizelge 5.2. CFFF kare plakanın ilk altı doğal frekansının yakınsama analizi (Hz).

Mesh	2x2	4x4	8x8	12x12	14x14	16x16
$w_1$	58,14	57,97	57,92	57,91	57,91	57,91
$w_2$	143,45	142,63	142,50	142,47	142,47	142,47
$w_3$	357,91	355,41	354,88	354,81	354,80	354,80
$w_4$	455,76	453,12	452,30	452,24	452,23	452,22
$w_5$	525,81	517,72	516,58	516,45	516,42	516,41
$w_6$	927,68	905,63	901,64	901,29	901,24	901,20

Çizelge 5.2’de görüldüğü gibi sunulan yöntem için  $N_x \times N_y = 16 \times 16$  mesh boyutu kabul edilebilir ve doğru sonuçlar elde edilebilmesi için yeterlidir.

### 5.5.2. Statik Eğilme Analizi

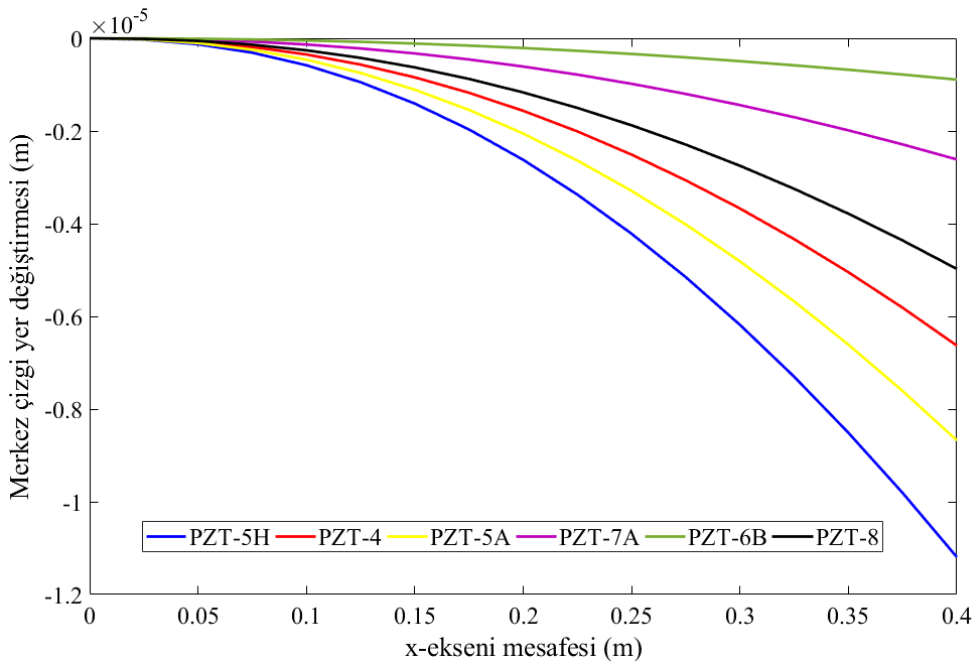
Bu başlık altında, elektrik ve mekanik yük etkisi altındaki akıllı bir plakanın statik eğilme analizi çeşitli sınır koşullarında incelenmiştir. Birinci örnekte, CCCC sınır koşullarına sahip akıllı plakaya  $F = 500 \text{ N/m}^2$  üniform dağılımlı yayılı yük uygulanmış, plakanın merkez çizgi yer değiştirmeleri kullanılan farklı piezoelektrik malzemeler için elde edilmiştir.



Şekil 5.4. Farklı piezoelektrik malzemelerin plakanın direngenliğine etkisi.

Şekil 5.4 akıllı plakanın merkez çizgisi yer değiştirmelerini göstermektedir. Görüldüğü gibi minimum merkez çizgisi yer değiştirmeleri PZT-6B ile maksimum merkez çizgisi yer değiştirmeleri ise PZT-5H ile elde edilmiştir. Çizelge 5.1'den piezoelektrik malzemelerin elastik katsayıları incelendiğinde elde edilen sonuçların oldukça tutarlı olduğu görülmektedir.

İkinci örnekte,  $V = 100$  V elektrik gerilimi uygulanan CFFF akıllı plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri altı farklı piezoelektrik malzeme için elde edilmiştir.



Şekil 5.5. Farklı piezoelektrik eyleyicilerin CFFF plakanın merkez çizgisi yer değiştirmesine etkisi.

Şekil 5.5,  $V = 100$  V eyleyici voltajı etkisi altındaki plakanın merkez çizgisi yer değiştirmelerini göstermektedir. Şekilden görüldüğü gibi maksimum merkez çizgisi yer değiştirmesi PZT-5H ile, minimum merkez çizgisi yer değiştirmesi ise PZT-6B ile elde edilmiştir. Bunun sebebi PZT-5H'in yüksek piezoelektrik gerilme katsayısına sahip olması ve artan gerilme katsayısı ile eğme momentinin artmasıdır.

Üçüncü örnekte ise, 500 N'luk noktasal kuvvet CFFF akıllı kirişin serbest ucundan uygulanmış, altı farklı piezoelektrik malzeme için piezoelektrik sensörden elde edilen sensör voltajı değerleri tespit edilmiştir.

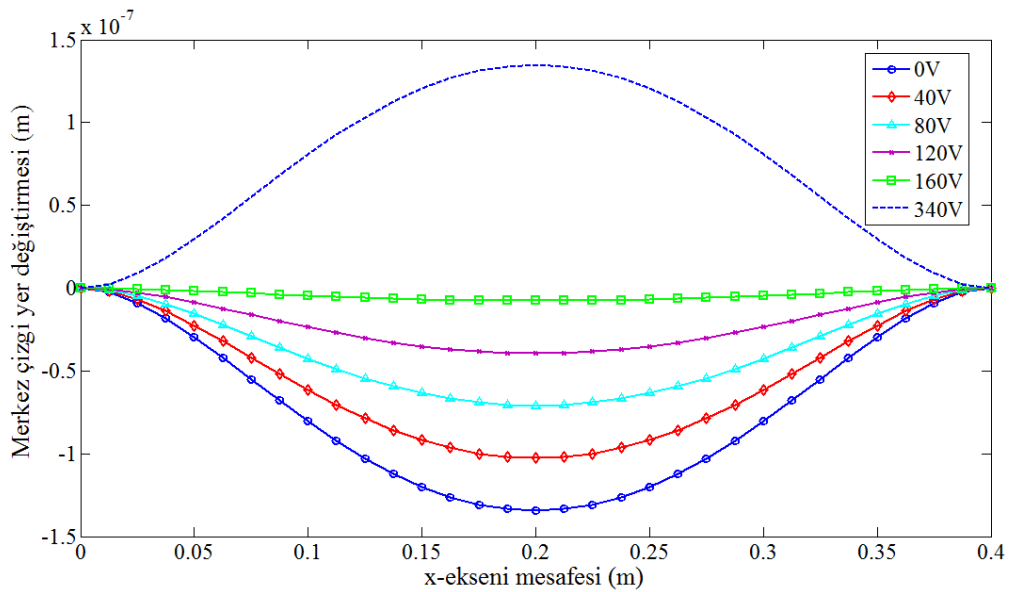
Çizelge 5.3. Uygulanan 500 N mekanik yük etkisi altında farklı piezoelektrik sensörlerden elde edilen voltaj değerleri.

Parametre	PZT-4	PZT-5A	PZT-5H	PZT-6B	PZT-7A	PZT-8
Volt (V)	152,21	152,43	110,65	32,72	159,50	123,58

Çizelge 5.3,  $F = 500$  N mekanik kuvvet etkisi altındaki sensörden elde edilen sensör voltaj değerlerini göstermektedir. Çizelgede görüldüğü gibi en düşük voltaj değerleri PZT-6B ile, en yüksek voltaj değerleri ise PZT-7A ile elde edilmiştir. Bunun sebebi PZT-6B'nin piezoelektrik gerilme katsayısının dielektrik katsayısına oranının düşük olması yani düşük voltaj katsayısına sahip olmasıdır. PZT-8 voltaj katsayısının PZT-5A'dan yüksek olmasına rağmen daha az voltaj değeri elde edilmiştir. Bunun sebebi Şekil 5.4'te de görüldüğü gibi PZT-8'in direngenliğinin PZT-5A'ya göre daha fazla olması yani şekil değiştirmesinin az olmasıdır. Ayrıca Şekil 5.5 ve Çizelge 5.3'ten en iyi eyleyici performansının PZT-5H, en iyi sensör performansının PZT-7A ile sağlandığı görülmektedir.

### 5.5.3. Statik Geometri Kontrolü

Oluşturulan model bu başlık altında,  $F = 100$  N/m<sup>2</sup> üniform dağılımlı yayılı yük etkisi altındaki CCCC akıllı plakanın geometri kontrolünde kullanılmıştır.



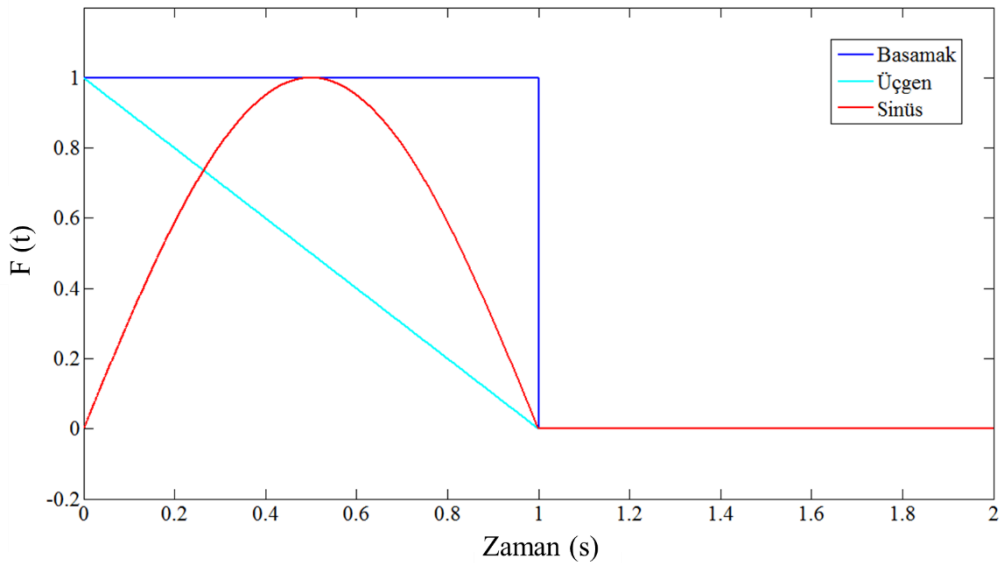
Şekil 5.6. CCCC plakanın geometri kontrolü.

Şekil 5.6’da gösterildiği gibi plaka önce  $100 \text{ N/m}^2$  yük ile deforme edilmiş ardından, PZT-5A piezoelektrik eyleyicisine uygun eyleyici voltajı verilerek orijinal şekline dönmesi sağlanmıştır. Ayrıca şekilde  $100 \text{ N/m}^2$  yayılı yük ile elde edilen deformasyonun eyleyiciye 340 V uygulanarak elde edilebileceği gösterilmiştir.

#### 5.5.4. Dinamik Analiz

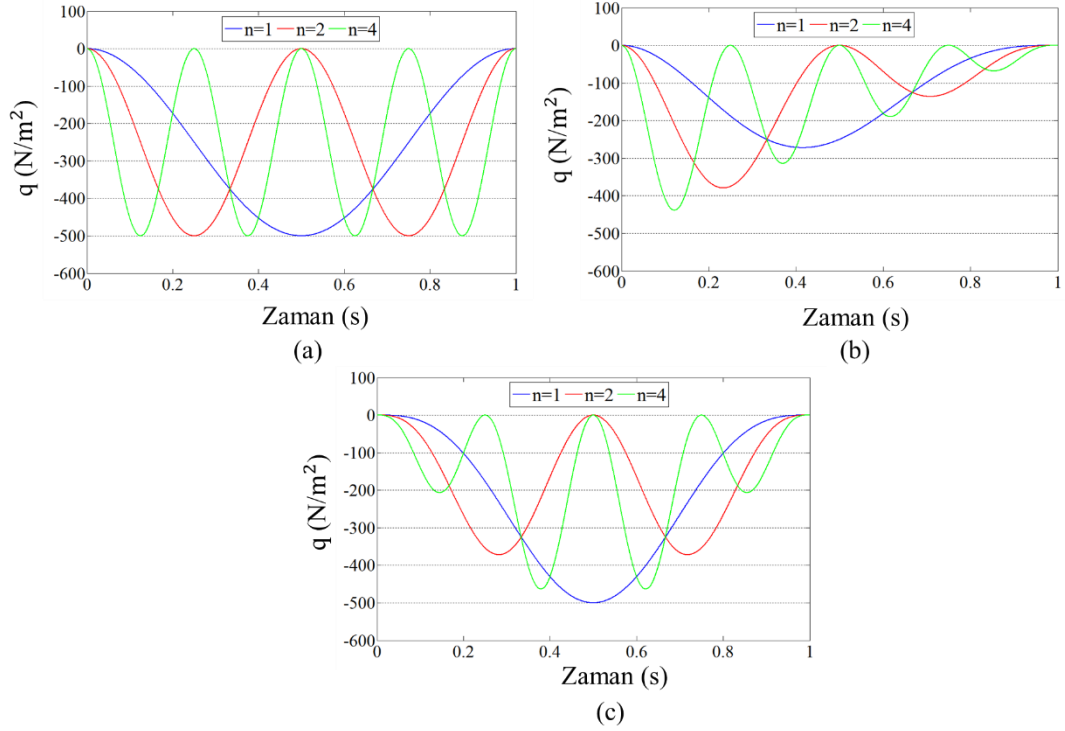
Bu başlık altında, elektrik ve mekanik yük etkisi altındaki plakanın dinamik analizi üç farklı sensör ve eyleyici çifti için (PZT-5H, PZT-6B, PZT-7A) üç farklı yük tipi ile gerçekleştirilmiştir. Birinci örnekte,  $q = q_0 \sin\left(\frac{n\pi x}{w_{pl}}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{l_{pl}}\right) F(t)$  mekanik sinüzoidal yayılı yük etkisi altında CFFF sınır koşullarındaki bir akıllı plaka ele alınmıştır. Plakaya denklem (5.65)’te verildiği gibi basamak, üçgen ve sinüs biçimli olmak üzere üç farklı mekanik yük uygulanmıştır.  $F(t)$  Şekil 5.7 ile gösterilmiştir.

$$F(t) = \begin{cases} \text{Basamak} & \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq t_1 \\ 0 & t > t_1 \end{cases} \\ \text{Üçgen} & \begin{cases} 1 - t/t_1 & 0 \leq t \leq t_1 \\ 0 & t > t_1 \end{cases} \\ \text{Sinüs} & \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi t}{t_1}\right) & 0 \leq t \leq t_1 \\ 0 & t > t_1 \end{cases} \end{cases} \quad (5.65)$$



Şekil 5.7. Mekanik yük tipleri: basamak, üçgen, sinüs.

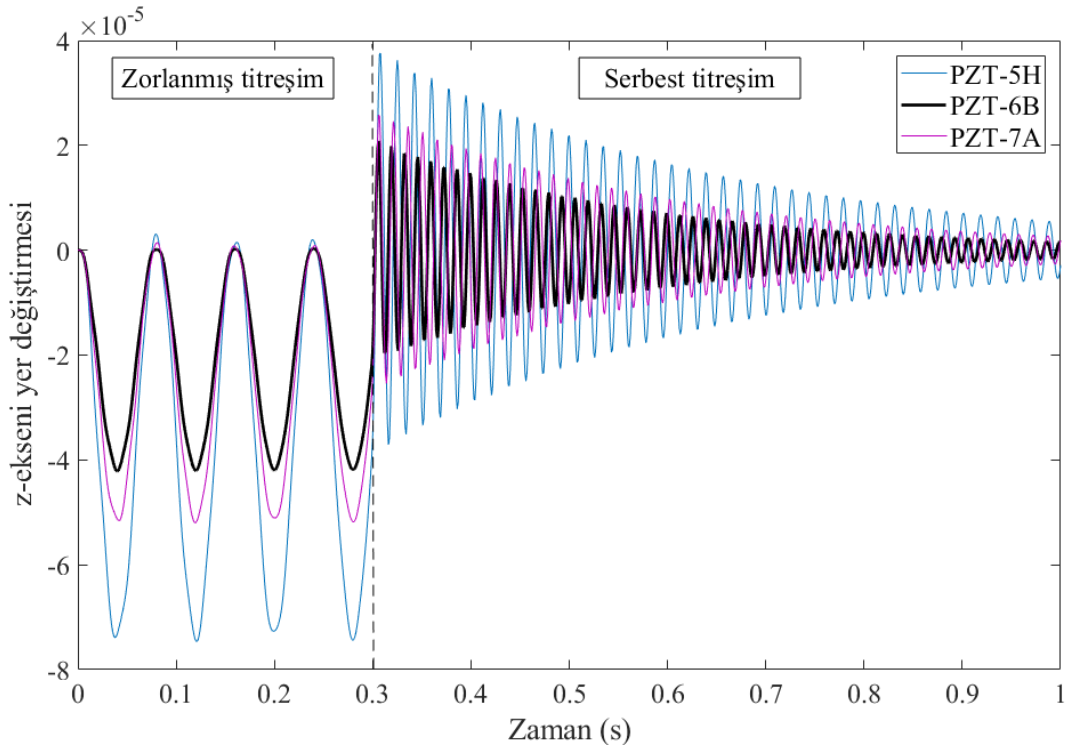
Uygulanan yüklerin  $n$  katsayısı ile değişimi Şekil 5.8 ile gösterilmiştir.



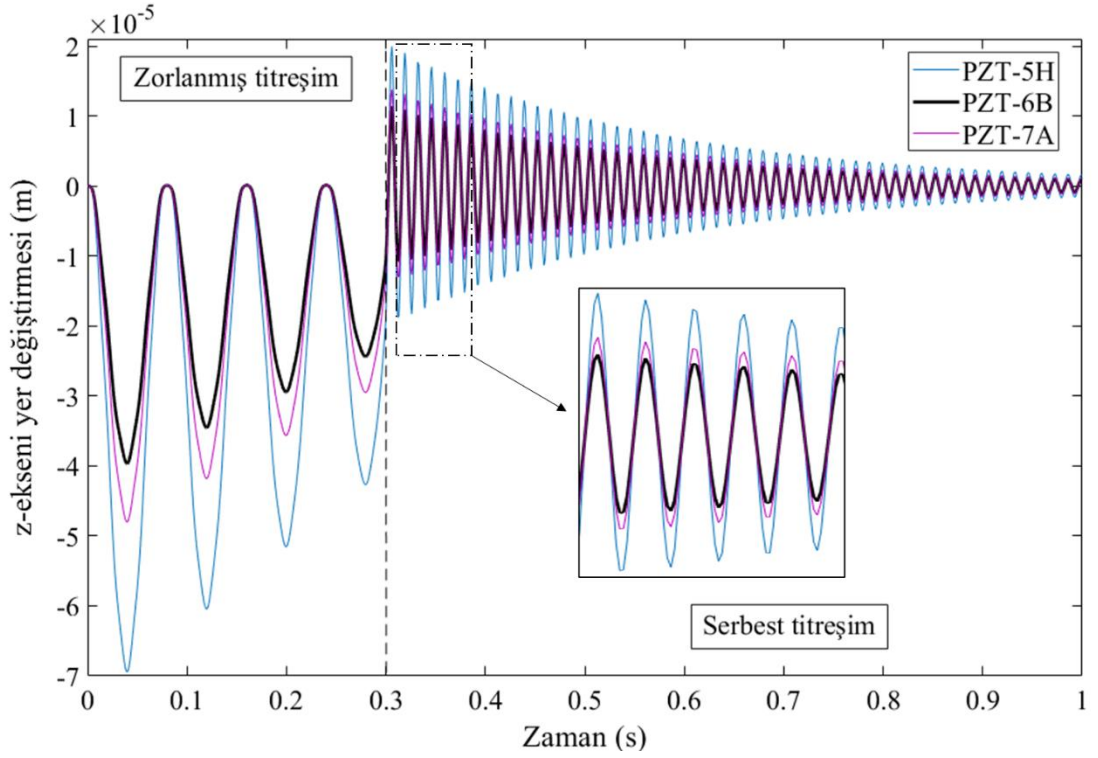
Şekil 5.8. Uygulanan yüklerin  $n$  katsayısı ile değişimi: (a) basamak, (b) üçgen, (c) sinüs.

İlk olarak, üç farklı piezoelektrik sensör ve eyleyici çifti için plakanın serbest uç yer değiştirmeleri elde edilerek sensör ve eyleyicinin plakanın dinamik davranışına etkisi incelenmiş daha sonra yer değiştirmelere karşılık gelen sensör çıkış voltajı değerleri elde edilerek PZT-5H, PZT-6B ve PZT-7A'nın sensör performansları değerlendirilmiştir. Dinamik basamak yük  $t = 0,3$  s, üçgen yük  $t=0,3$  s ve sinüs yük  $t=0,225$  s boyunca uygulanmış daha sonra yük kaldırılarak plaka serbest titreşime bırakılmıştır.

İkinci örnekte,  $q = V_0 \sin\left(\frac{n\pi x}{w_{pl}}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{l_{pl}}\right) F(t)$  elektrik yükü etkisi altındaki CFFF sınır koşullarında bir akıllı plaka ele alınmıştır. Plakaya birinci örnekteki gibi basamak, üçgen ve sinüs biçimli olmak üzere üç farklı yük uygulanmış ve plakanın serbest uç yer değiştirmeleri elde edilerek PZT-5H, PZT-6B ve PZT-7A'nın eyleyici performansları değerlendirilmiştir. Dinamik analiz simülasyonları  $0,0001$  s zaman adımı ile Newmark  $\beta$  integrasyon metodu kullanılarak gerçekleştirilmiştir [110].  $q_0 = 500$  N/m<sup>2</sup>,  $V_0 = 100$  V olarak alınmıştır.

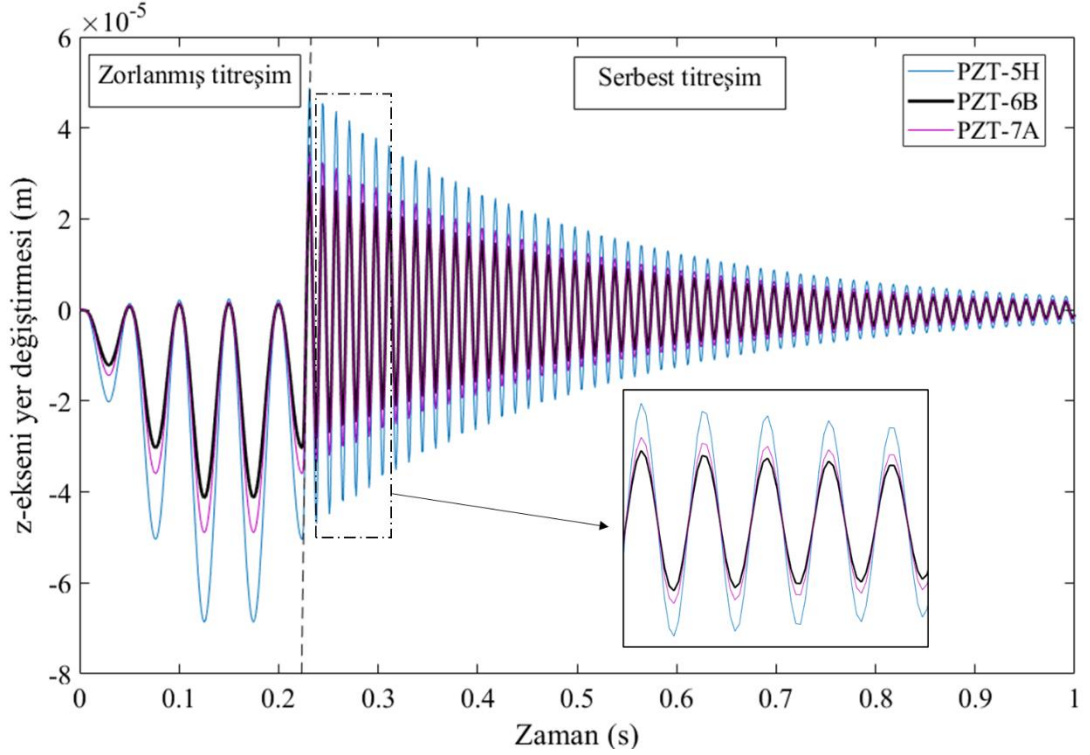


şekil 5.9. Basamak tipi mekanik y¼k etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı.



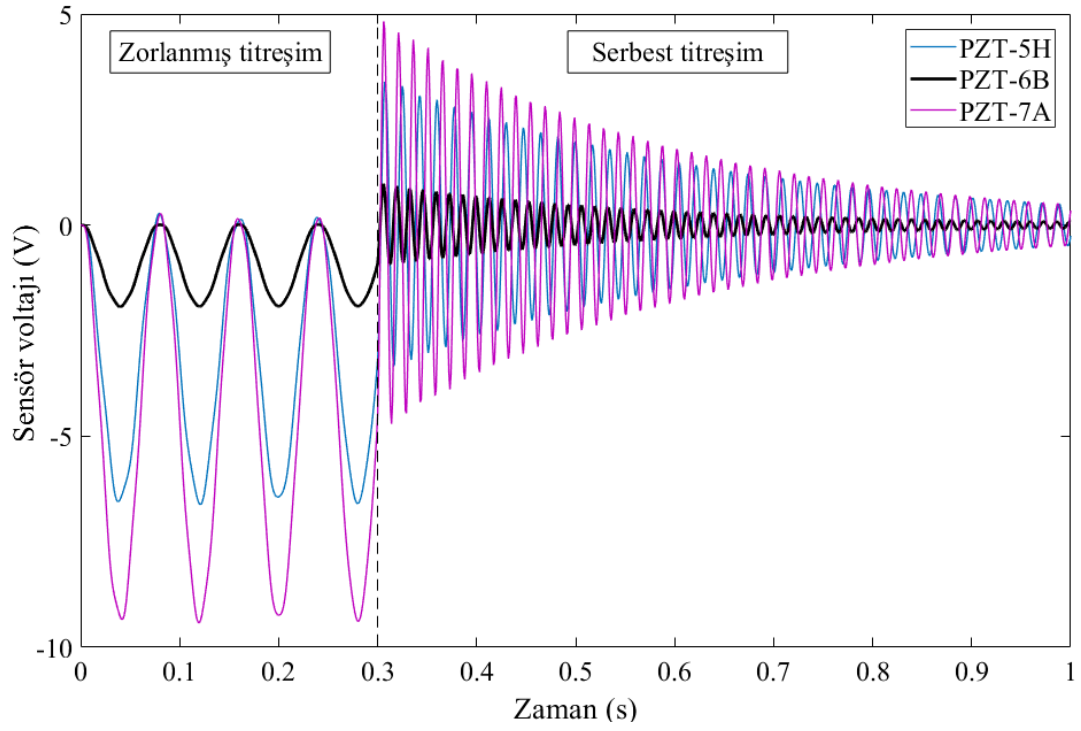
şekil 5.10. Üçgen tipi mekanik y¼k etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı.



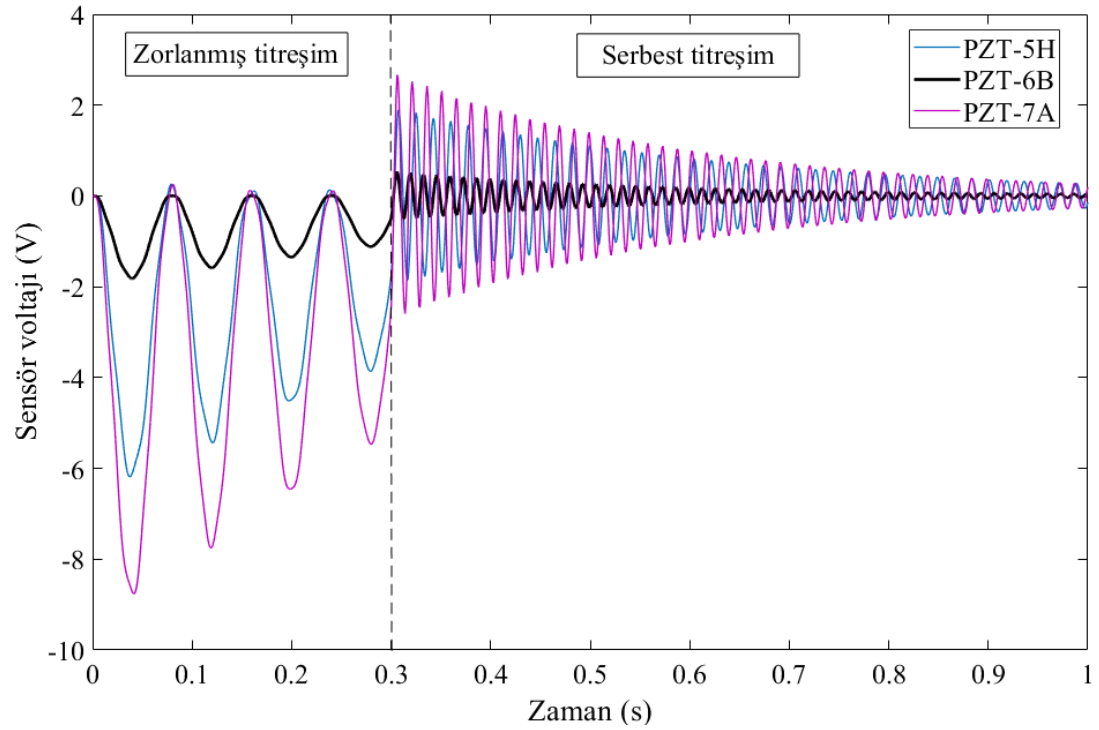


şekil 5.11. Sinüs tipi mekanik yük etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı.

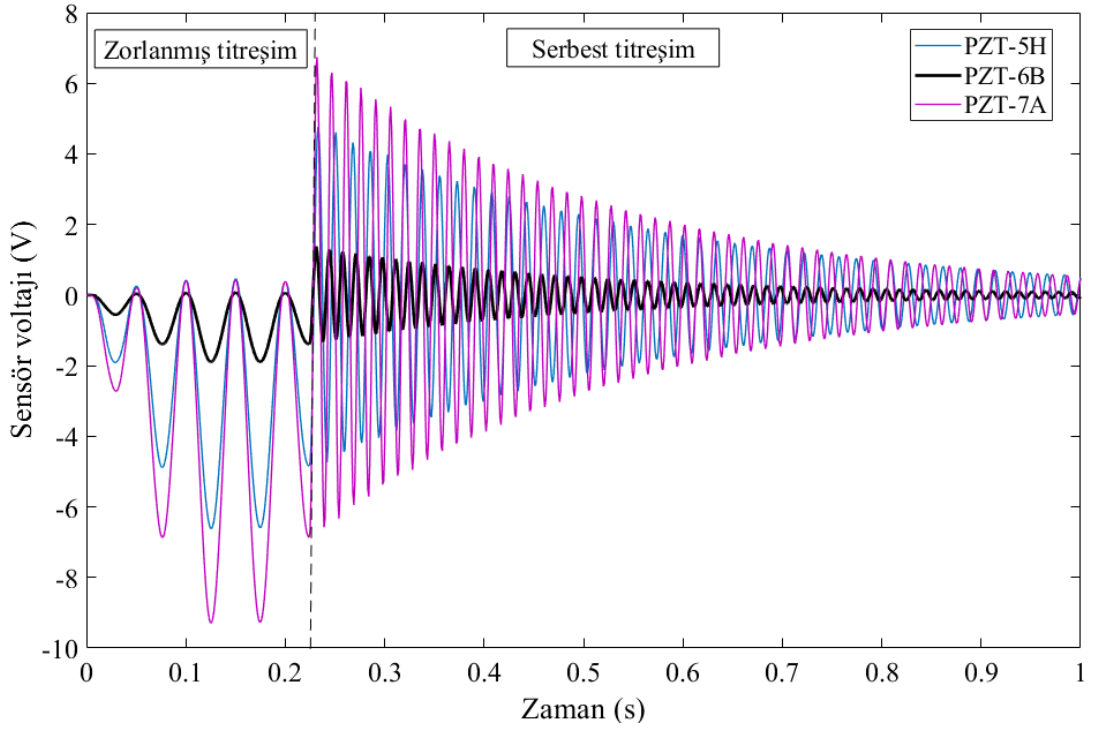
şekil 5.9, şekil 5.10 ve şekil 5.11 akıllı plakanın mekanik yük etkisi altındaki serbest uç titreşimini göstermektedir. şekillerden görüldüğü gibi en düşük titreşim genliği iki PZT-6B piezoelektrik katman arasına sandviç edilmiş plakada oluşurken, en yüksek titreşim genliği PZT-5H ile oluşmaktadır. Bunun sebebi PZT-6B direngenliğinin PZT-5H ve PZT-7A'ya göre oldukça yüksek olmasıdır. Ayrıca şekiller incelendiğinde piezoelektrik sensör ve eyleyicilerin mekanik özelliklerinin plakanın dinamik davranışına etkisinin oldukça büyük olduğu görülmektedir.



Şekil 5.12. Basamak tipi yük etkisi altındaki piezoelektrik sensörden elde edilen sensör voltajı değerleri.

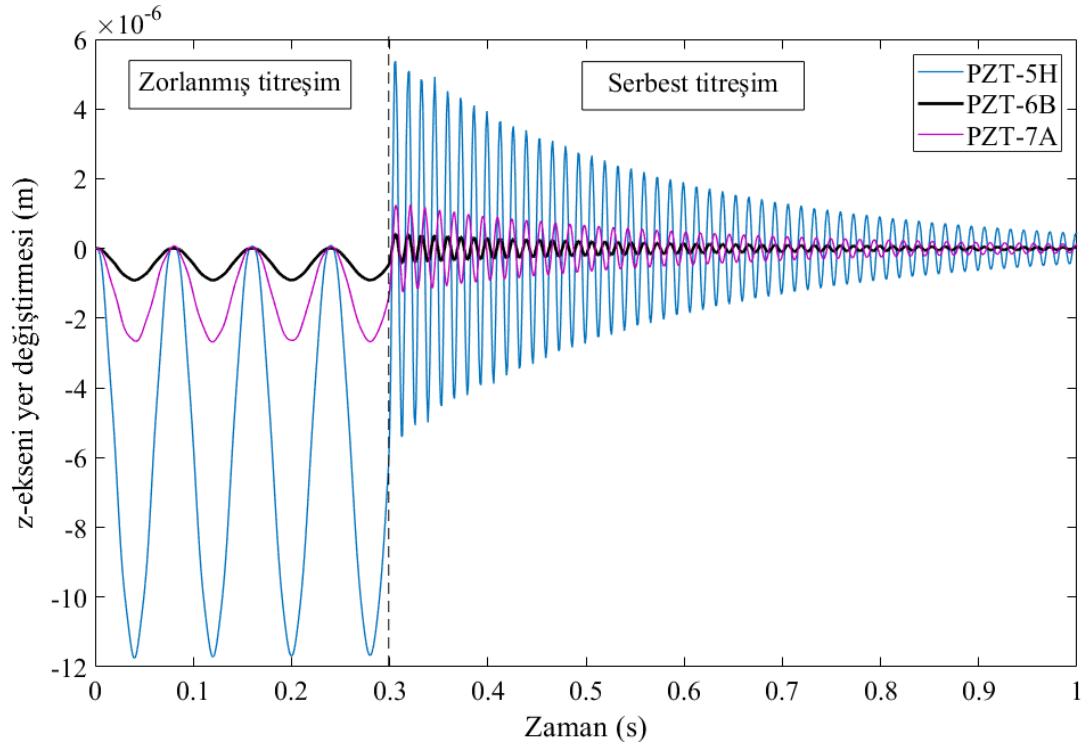


Şekil 5.13. Üçgen tipi yük etkisi altındaki piezoelektrik sensörden elde edilen sensör voltajı değerleri.

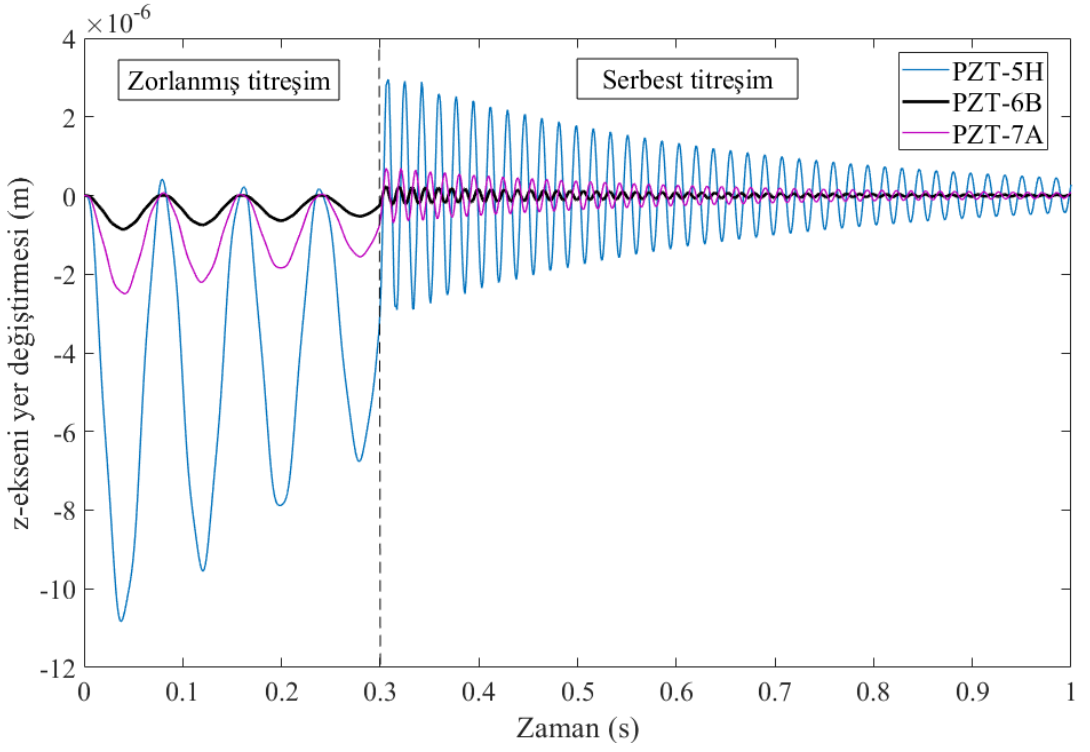


Şekil 5.14. Sinüs tipi yük etkisi altındaki piezoelektrik sensörden elde edilen sensör voltajı değerleri.

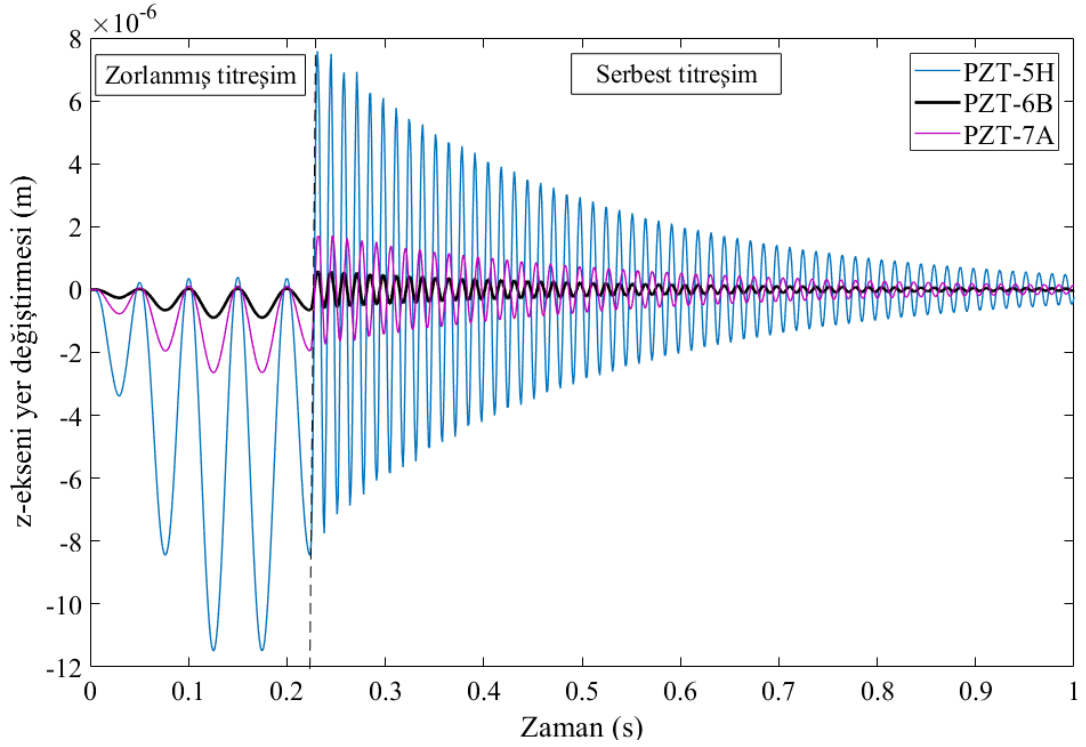
Şekil 5.12, Şekil 5.13 ve Şekil 5.14'te plakaya mekanik yük etmesi durumunda sensörden elde edilen çıkış voltajı değerleri gösterilmiştir. Şekillerden görüldüğü gibi en yüksek çıkış voltajı PZT-7A ile elde edilirken, en düşük çıkış voltajı PZT-6B ile elde edilmiştir. Şekil 5.9 ve Şekil 5.12'nin zorlanmış titreşim bölgesi incelendiğinde, PZT-5H'in titreşim genlikleri daha fazla olmasına rağmen PZT-7A'nın yüksek voltaj katsayısı sayesinde daha fazla voltaj elde edildiği görülmektedir. Çizelge 5.1 ve Şekil 5.12 incelendiğinde PZT-7A'nın voltaj katsayısı PZT-6B'den 3,85 kat büyük olmasına rağmen, zorlanmış titreşim bölgesindeki voltaj değerleri arasındaki fark 4,9 kat çıkmaktadır. Bunun sebebi PZT-6B'nin yüksek direngenliğinin sensör voltajı değerlerini olumsuz etkilemesidir. Ayrıca, Şekil 5.12 incelendiğinde zorlanmış titreşim bölgesinde PZT-5H ile PZT-7A arasındaki yüksek voltaj farkı serbest titreşim bölgesinde oldukça azalmıştır. Bu azalmanın sebebi PZT-7A'nın direngenliğinin daha fazla olmasıdır.



şekil 5.15. Basamak tipi elektriksel yük etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı.



şekil 5.16. Üçgen tip elektriksel yük etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı.



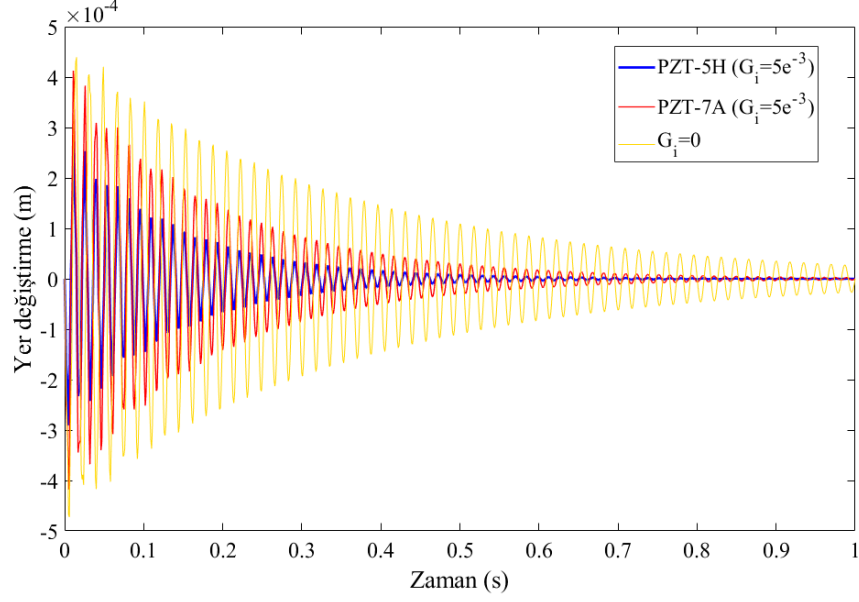
şekil 5.17. Sinüs tipi elektriksel yük etkisi altındaki CFFF plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı.

şekil 5.15, şekil 5.16 ve şekil 5.17’de plakanın elektriksel yük etkisi altındaki serbest uç titreşimini göstermektedir. şekillerden görüldüğü gibi en iyi eyleyici performansını PZT-5H gösterirken, en düşük eyleyici performansını PZT-6B göstermektedir. Bu fark PZT-5H’in yüksek piezoelektrik gerilme katsayısı sebebiyle oluşmaktadır.

### 5.5.5. Aktif Titreşim Kontrolü

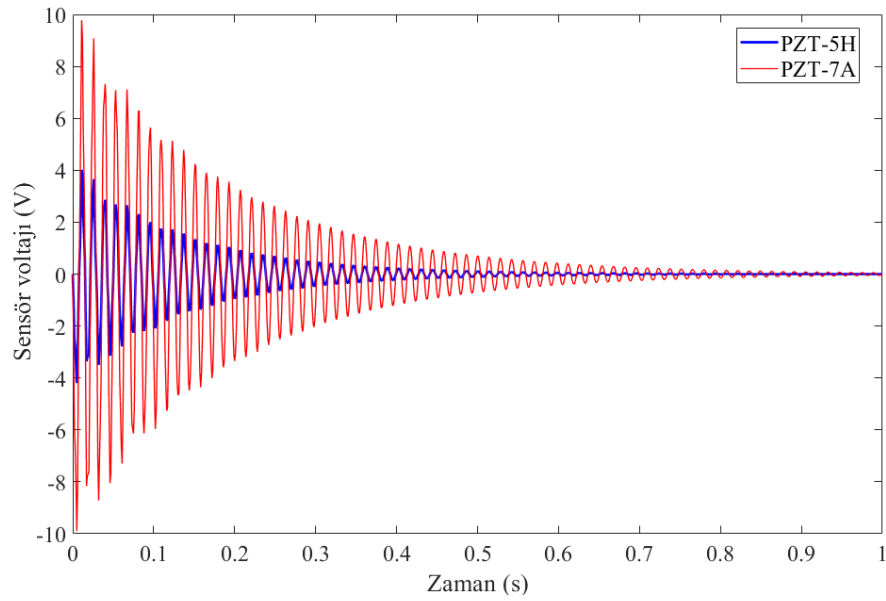
Plakanın piezoelektrik sensör ve eyleyicilerle aktif titreşim kontrolünde negatif hız geri besleme kontrol yöntemi kullanılmıştır. Aktif titreşim kontrolü çalışmasında ilk olarak, 500 N noktasal mekanik yük CFFF sınır koşullarına sahip plakanın serbest ucundan uygulanmış ve plakanın yer değiştirme cevabı ile sensör voltaj cevabı iki farklı sensör eyleyici çifti (PZT-5H, PZT-7A) için elde edilmiştir. Daha sonra,  $G_i$  kontrol kazancının plakanın kontrol performansına etkisi PZT-5H sensör eyleyici çifti ile incelenmiştir. şekil 5.18, plakanın iki farklı piezoelektrik sensör eyleyici çifti ile kontrol edilmiş yer değiştirme cevabını göstermektedir. şekilden görüldüğü gibi hem PZT-5H hem de PZT-7A ile titreşim önemli ölçüde sönümlenmiştir. Fakat PZT-5H’in

piezoelektrik gerilme katsayısının yüksek olması sebebiyle PZT-7A ya göre daha iyi performans göstermiştir.

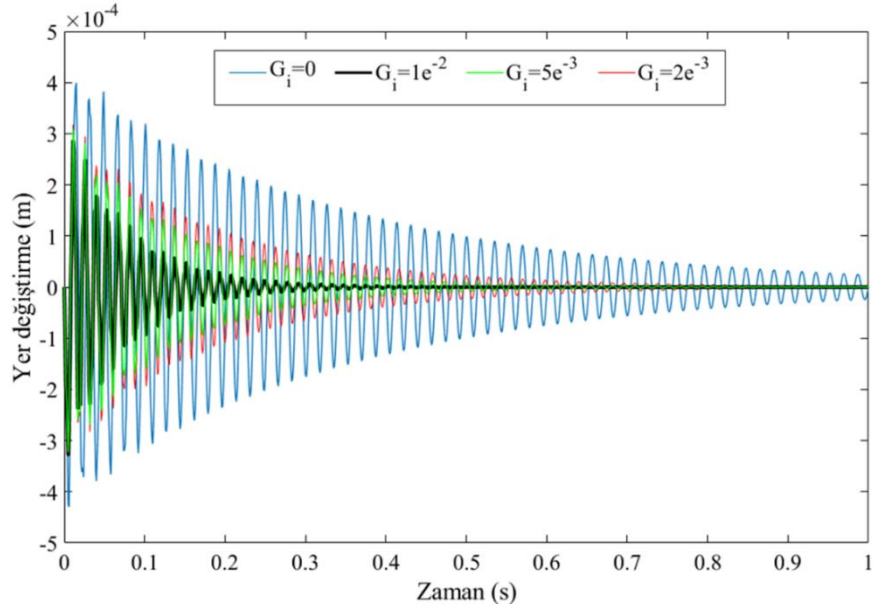


Şekil 5.18. PZT-5H ve PZT-7A'nın kontrol performansının karşılaştırılması.

Şekil 5.19, mekanik yük etkisi altında PZT-5H ve PZT-7A piezoelektrik sensörlerinden elde edilen sensör voltajı değerlerini göstermektedir. Şekilden görüldüğü gibi PZT-7A sensöründen piezoelektrik voltaj katsayısının yüksek olması sebebiyle daha fazla voltaj elde edilmiştir.



Şekil 5.19. PZT-5H ve PZT-7A'nın sensör voltajlarının karşılaştırılması.



şekil 5.20.  $G_i$  kontrol kazancı parametresinin kontrol performansına etkisi.

şekil 5.20’de dört farklı  $G_i$  kontrol kazancı parametresi için plakanın yer değiştirme cevabı gösterilmiştir. şekilden görüldüğü gibi  $G_i$  kontrol kazancı parametresinin artırılması ile titreşim genliğinin oturma zamanı önemli ölçüde azalmıştır.

## BÖLÜM 6

### FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ AKILLI PLAKANIN FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK EYLEYİCİ VE SENSÖR İLE AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ

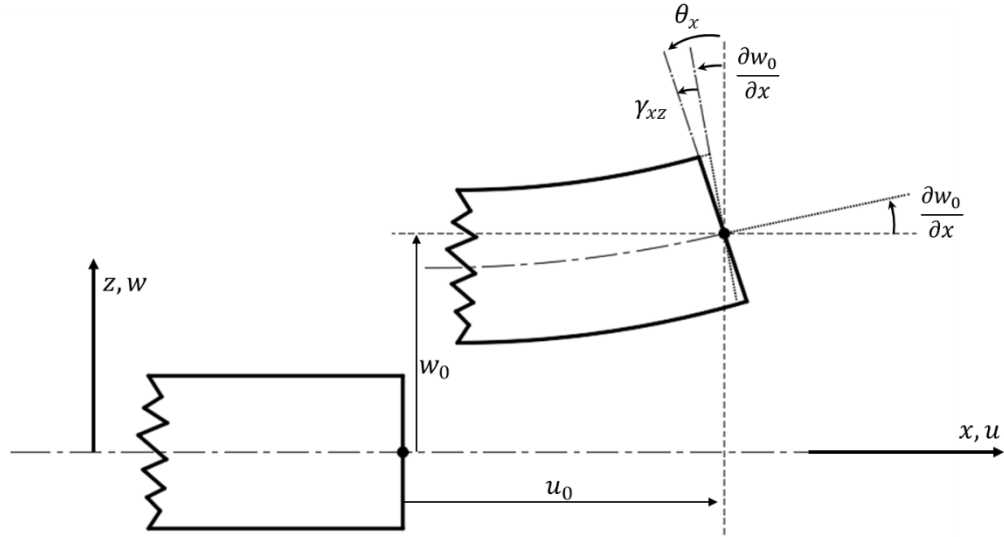
Bu bölümde, iki FDPM sensör ve eyleyicinin arasına sandviç edilmiş FDM bir plakanın statik eğilme analizi, serbest titreşim analizi ve aktif titreşim kontrolü çeşitli sınır koşullarında incelenmiştir. Hem FDM plakanın hem de FDPM sensör ve eyleyicinin mekanik ve elektriksel malzeme özellikleri kalınlık doğrultusunda kuvvet yasası indeksi ile değişmektedir. FDPM ve FDM katmanlar sonlu elemanlar metodu ve birinci mertebeden kayma deformasyon teorisi kullanılarak modellenmiştir. Akıllı kirişin hareket denklemleri Hamilton Prensipleri kullanılarak elde edilmiştir. Oluşturulan modelin statik ve dinamik analiz simülasyonları genel sınır şartları altında farklı kuvvet yasası indeksleri için yapılmıştır. Analiz sonuçlarına göre kuvvet yasası indeksinin, sınır koşullarının, eyleyici voltajının ve plaka en-boy oranının FDM plakanın statik ve dinamik davranışı üzerindeki etkisi belirlenmiştir. Simülasyon sonuçları, oluşturulan modeli doğrulamak için literatürde mevcut bulunan çalışmalar ile kıyaslanmıştır. FDPM sensör ve eyleyicilerin FDM plaka üzerindeki kontrol performansının incelenmesinde LQR kontrol algoritması kullanılmıştır. Sensör ve eyleyici çiftinin optimum konumları modal şekil değiştirme enerjisi yöntemi ile tespit edilmiştir.

#### 6.1. BİRİNCİ MERTEBEDEN KAYMA DEFORMASYON TEORİSİ VARSAYIMLARI

Kirchhoff plaka teorisi ince plakalar için oldukça doğru sonuçlar vermesine rağmen plakanın en / boy oranı yani kalınlığı arttıkça doğruluk oranı azalmaktadır. Orta kalınlıktaki plakalarda daha iyi sonuçlar elde etmek için enine kayma etkisi modele dahil edilmelidir. Kirchhoff klasik plaka teorisi, orta kalınlıktaki plakalar için yer



değiştirmeleri daha az, doğal frekans değerlerini ise olduğundan fazla tahmin etmektedir. Bu farklılıklar, klasik plaka teorisinde enine kayma şekil değiştirme etkisinin ihmal edilmesinden kaynaklanmaktadır [106]. Birinci mertebeden kayma deformasyon teorisi, plakaların analizinde dönme ataletini ve kayma deformasyon etkisini hesaba katan yöntemlerden biridir. Birinci mertebeden kayma deformasyon teorisi Kirchhoff plaka teorisinin üçüncü maddesini ortadan kaldırır ve deformasyondan önce orta yüzeye dik olan enine normallerin deformasyondan sonra dik kalmadığını varsayar. Böylelikle enine kayma şekil değiştirmeleri  $\gamma_{xz}$  ve  $\gamma_{yz}$  dahil edilir. Fakat enine normallerin uzamaması Kirchhoff teorisi ile aynı kalır ve kalınlık yönünde  $w$  yer değiştirmesi sabittir [111]. Birinci mertebeden kayma deformasyon teorisi varsayımlarına dayanarak plakanın deforme olmuş ve deforme olmamış hali Şekil 6.1’de gösterilmiştir.



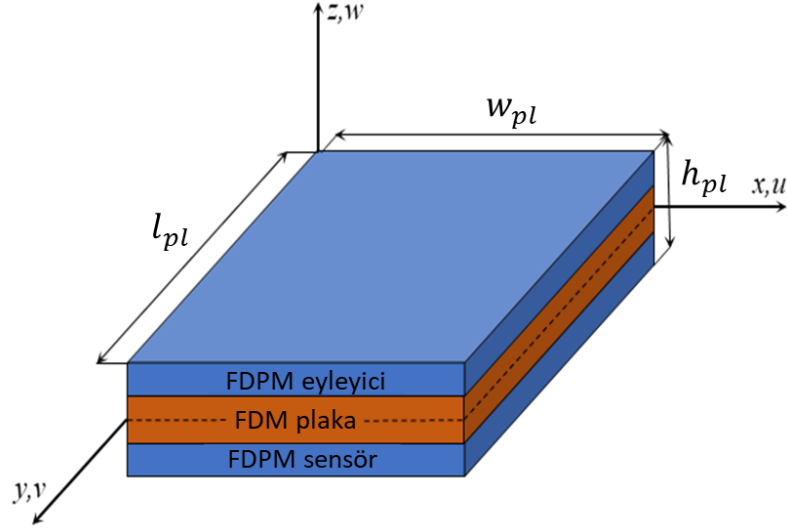
Şekil 6.1. Birinci mertebeden kayma deformasyon teorisinin deforme olmuş ve deforme olmamış plaka geometrisi ile gösterimi [112].

## 6.2. TEORİK HESAPLAMALAR

### 6.2.1. FDPM ve FDM Plakaların Efektif Malzeme Özelliklerinin Belirlenmesi

Bu bölümde, Şekil 6.2’de gösterildiği gibi uzunluğu  $l_{pl}$ , genişliği  $w_{pl}$ , ve kalınlığı  $h_{pl}$  olan FDM bir plaka ele alınmıştır. Koordinat eksenleri  $x$  ve  $y$  FDM plakanın orta

yüzeyine yerleştirilen düzlem içi eksenlerdir ve z eksenini de plakanın kalınlığı yönündedir.



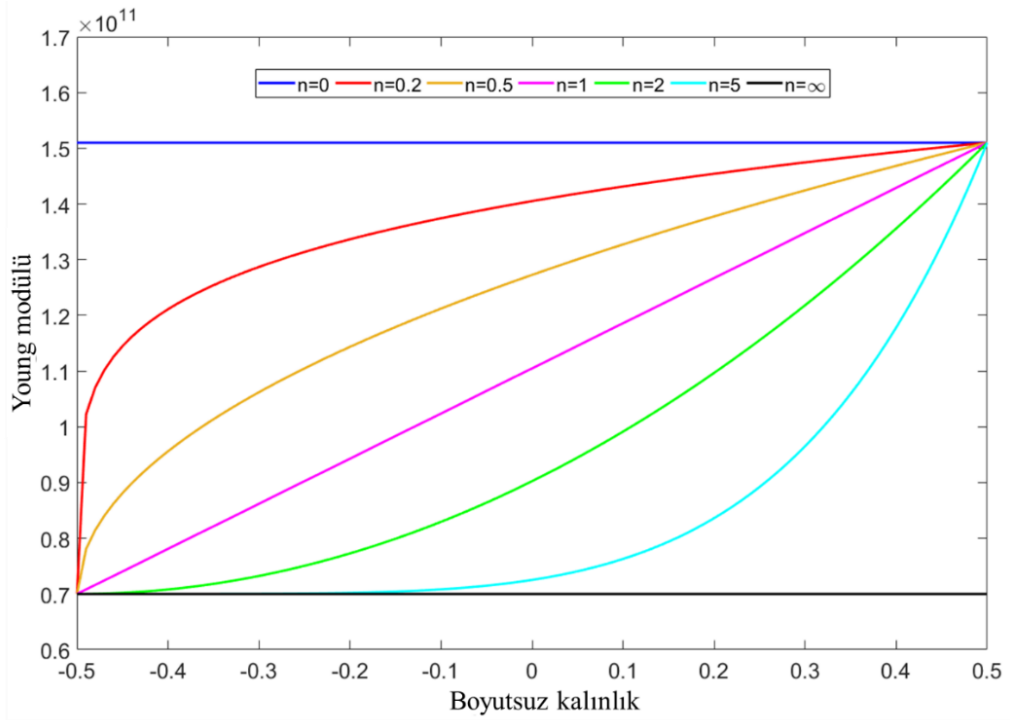
Şekil 6.2. FDPM ve FDM plakasının geometrik gösterimi.

FDM plaka iki FDPM katman arasında sandviç edilmiştir. Üst FDPM katman eyleyici olarak görev yapmakta iken alt katman sensör görevi yapmaktadır. FDM plakasının üst yüzeyi zirkonya, alt yüzeyi ise alüminyum olarak ele alınmıştır. FDPM sensör ve eyleyicinin üst yüzeyi PZT-4, alt yüzeyi ise PZT-5H olarak ele alınmıştır. Hem ana yapının hem de piezoelektrik katmanların mekanik ve elektriksel özellikleri kalınlık doğrultusunda üniform olarak kuvvet yarası dağılımına göre değişmektedir. FDM ana yapının ve FDPM sensör ve eyleyicilerin efektif malzeme özellikleri denklem (6.1)'deki gibi hesaplanmaktadır [113].

$$\begin{aligned}
 P_{eff}^s(z) &= (P_u^s - P_l^s) \left( \frac{1}{2} + \frac{z}{h_s} \right)^{n_s} + P_l^s, & -\frac{h_s}{2} \leq z \leq \frac{h_s}{2} \\
 P_{eff}^{pe}(z) &= (P_u^{pe} - P_l^{pe}) \left( \frac{2z - h_s}{2h_{pe}} \right)^{n_{pe}} + P_l^{pe}, & \frac{h_s}{2} \leq z \leq \frac{h_s}{2} + h_{pe} \\
 P_{eff}^{ps}(z) &= (P_u^{ps} - P_l^{ps}) \left( 1 + \frac{2z + h_s}{2h_{ps}} \right)^{n_{ps}} + P_l^{ps}, & -\frac{h_s}{2} - h_{ps} \leq z \leq -\frac{h_s}{2}
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

Burada  $P_{eff}(z)$ , Young modülü  $E$ , yoğunluk  $\rho$ , Poisson oranı  $\nu$ , piezoelektrik gerilme katsayısı  $e$  ve dielektrik katsayısı  $\xi$  gibi efektif malzeme özelliklerini;  $z$  tarafsız

eksenden olan mesafeyi;  $P_u$  ve  $P_l$  sırasıyla ilgili katmanın üst ve alt yüzeyinin özelliklerini; üst indis  $s$ ,  $pe$  and  $ps$  sırasıyla FDM ana yapıyı, piezoelektrik eyleyici ve sensörü;  $n$ ,  $0 - \infty$  aralığında değişebilen negatif olmayan kuvvet yasası indeksini ( $n = 0$  için,  $P_{eff}(z) = P_u$  ve  $n = \infty$  için,  $P_{eff}(z) = P_l$ ) ;  $h_s$ ,  $h_{pe}$  ve  $h_{ps}$  sırasıyla FDM plakanın, piezoelektrik eyleyicinin ve piezoelektrik sensörün kalınlığını ifade etmektedir. FDM plakanın efektif Young modülü parametresinin farklı kuvvet yasası indekslerine göre varyasyonları Şekil 6.3'te gösterilmiştir.



Şekil 6.3. Farklı kuvvet yasası indekslerinin efektif malzeme özelliğine etkisi.

## 6.2.2. FDPM Katmanların Elektromekanik Özellikleri

Piezoelektrik bünye denklemleri düz ve ters piezoelektrik etki denklemleri ile denklem (2.11) ve denklem (2.12) birinci mertebeden kayma deformasyon teorisi için yeniden düzenlenerek denklem (6.2)'deki gibi elde edilebilir [95].

$$\begin{aligned}
 \{\sigma\} &= [C_b(z)]\{\varepsilon_b\} - [e(z)]^T\{E\} \\
 \{\tau\} &= [C_s(z)]\{\varepsilon_s\} \\
 \{D\} &= [e(z)]\{\varepsilon_b\} + [\xi(z)]\{E\}
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Burada  $\{\sigma\}$ ,  $\{\tau\}$ ,  $\{\varepsilon_b\}$ ,  $\{\varepsilon_s\}$  ve  $[C]$  sırasıyla düzlemsel gerilme vektörünü ( $N/m^2$ ), kayma gerilmesi vektörünü ( $N/m^2$ ), eğilme şekil değiştirme vektörünü ( $m/m$ ), kayma şekil değiştirme vektörünü ( $m/m$ ) ve elastik sabit matrisini ( $N/m^2$ ) ifade etmektedir. Ayrıca, alt indis  $b$  ve  $s$  eğilme ve kaymayı ifade etmektedir. Düzlemsel gerilme durumunda ( $\sigma_{zz} = 0$ ) IEEE Standardı notasyon dönüşümü yapılarak, bünye denklemleri denklem (6.3) ve denklem (6.4)'deki gibi yazılabilir [94].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (6.3)$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \xi_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \xi_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (6.4)$$

### 6.2.3. Şekil Değiştirme ve Yer Değiştirme

Birinci mertebeden kayma deformasyon teorisi temel alınarak, plakanın herhangi bir noktasının lokal eksenlerdeki  $(x, y, z)$  yer değiştirme alanı  $(u, v, \text{ and } w)$  denklem (6.5)'teki hesaplanmaktadır [114].

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\theta_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\theta_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (6.5)$$

Burada  $u, v$  ve  $w$  plaka üzerindeki herhangi bir noktanın  $x, y$ , ve  $z$  doğrultularındaki yer değiştirmesidir.  $u_0, v_0, w_0, \theta_x$  ve  $\theta_y$  sırasıyla orta düzlem yani tarafsız eksen yer değiştirmelerini ve kesit normalinin  $y$  ve  $x$  eksenine etrafındaki dönme açılarını ifade etmektedir.

Klasik elastisite teorisinde gerilme, denklem (6.6)'daki gibi hesaplanır.

$$\{\sigma\} = [C_t]\{\varepsilon\} \quad (6.6)$$

Burada  $\{\sigma\}$ ,  $\{\varepsilon\}$  ve  $C_t(z)$  denklem (6.7)'deki gibidir.

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix}; \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}; \quad (6.7)$$

$$[C_t(z)] = \begin{bmatrix} C_{11}(z) & C_{12}(z) & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}(z) & C_{22}(z) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{66}(z) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{55}(z) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44}(z) \end{bmatrix}$$

Elastik sabit matrisi  $[C_t(z)]$  eğilme ve kayma durumu için  $C_b(z)$  ve  $C_s(z)$  olarak denklem (6.8)'deki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$C_b(z) = \begin{bmatrix} C_{11}(z) & C_{12}(z) & 0 \\ C_{12}(z) & C_{22}(z) & 0 \\ 0 & 0 & C_{66}(z) \end{bmatrix}, \quad (6.8)$$

$$C_s(z) = \begin{bmatrix} C_{55}(z) & 0 \\ 0 & C_{44}(z) \end{bmatrix}$$

Burada elastik sabit elemanları denklem (6.9) ile hesaplanır.

$$C_{11}(z) = C_{22}(z) = \frac{E(z)}{1 - \nu(z)^2}; \quad C_{12}(z) = \nu(z)C_{11}(z); \quad (6.9)$$

$$C_{66}(z) = \frac{1 - \nu(z)}{2} C_{11}(z); \quad C_{44}(z) = C_{55}(z) = K_s \frac{1 - \nu(z)}{2} C_{11}(z)$$

Burada  $E(z)$  efektif Young modülünü,  $\nu(z)$  ise efektif Poisson oranını ifade etmektedir. Ayrıca,  $K_s$  kayma düzeltme faktörüdür ve kalınlık boyunca enine kesme gerilmesinin parabolik dağılımını telafi etmek için hesaba katılmaktadır.  $K_s$  kayma düzeltme faktörü 5/6 olarak alınmıştır.

Denklem (6.5) kullanılarak plakanın şekil değiştirme alanı denklem (6.10)'daki gibi elde edilir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left( \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \theta_x \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \theta_y \end{Bmatrix} \quad (6.10)$$

Denklem (6.10) yeniden düzenlenerek, şekil değiştirme bileşenleri eğilme şekil değiştirmesi ve kayma şekil değiştirmesi olarak denklem (6.11) ve denklem (6.12)'deki gibi yazılabilir [115].

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}(x, y, z) \\ \varepsilon_{yy}(x, y, z) \\ \gamma_{xy}(x, y, z) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0(x, y)}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial v_0(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_x(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_y(x, y)}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_x(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y(x, y)}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (6.11)$$

$$= [Z_b] \{ \varepsilon_{b0} \}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{xz}(x, y, z) \\ \gamma_{yz}(x, y, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} + \theta_x(x, y) \\ \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y} + \theta_y(x, y) \end{bmatrix} = [Z_s] \{ \varepsilon_{s0} \} \quad (6.12)$$

Burada  $\varepsilon_{b0}$  and  $\varepsilon_{s0}$  sırasıyla düğüm eğilme ve kayma şekil değiştirmeleridir.

#### 6.2.4. Sonlu Eleman Formülasyonu

Akıllı plakanın sonlu elemanlara ayrılmasında dört düğümlü dikdörtgen elemanlar kullanılmıştır. Her bir eleman dört düğüm noktasına sahiptir ve her düğüm yer değiştirme ve dönme olmak üzere beş serbestlik derecesine sahiptir ( $u, v, w, \theta_x, \theta_y$ ).

Her bir sonlu elemanın yer değiştirme vektörü,

$$\{q_e\} = [q_1^T \quad q_2^T \quad q_3^T \quad q_4^T]^T \quad (6.13)$$

denklem (6.13) ile ifade edilmiştir. Burada  $\{q_i\}$  her bir düğümdeki serbestlik derecesidir ve denklem (6.14)'teki gibi verilmiştir.

$$\{q_i\} = [u_{0i} \quad v_{0i} \quad w_{0i} \quad \theta_{xi} \quad \theta_{yi}]^T \quad (6.14)$$

Sonlu eleman yer değiştirme alanı ve elektrik gerilimi düğüm değişkenleri cinsinden denklem (6.15) ve denklem (6.16)'daki gibi yazılabilir.

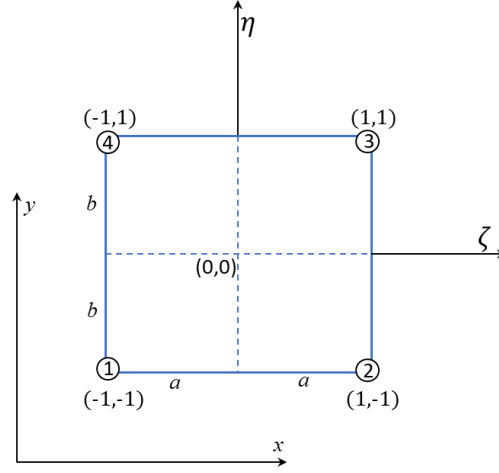
$$\begin{Bmatrix} u_0(x, y) \\ v_0(x, y) \\ w_0(x, y) \\ \theta_x(x, y) \\ \theta_y(x, y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_u \\ N_v \\ N_w \\ N_{\theta_x} \\ N_{\theta_y} \end{bmatrix} \{q_e\} = \sum_{i=1}^4 \begin{bmatrix} \psi_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \psi_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \psi_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{0i} \\ v_{0i} \\ w_{0i} \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} \quad (6.15)$$

$$\phi(x, y, z) = \sum_{i=1}^4 \phi_i(z) \psi_i(x, y) = N_\phi \phi^e \quad (6.16)$$

Burada  $\psi_i$ ,  $i$  düğümündeki Lagrange interpolasyon fonksiyonudur.  $N_u, N_v, N_w, N_{\theta_x}$  ve  $N_{\theta_y}$  şekil fonksiyonlarını,  $\phi^e = \{\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \quad \phi_4\}^T$  ise düğüm elektrik gerilim vektörünü ifade etmektedir.

Sonlu elemanın şekil fonksiyonu, denklem (6.17)'de verilmiştir.

$$N = [N_u^T \quad N_v^T \quad N_w^T \quad N_{\theta_x}^T \quad N_{\theta_y}^T] \quad (6.17)$$



Şekil 6.4. Dört düğüm noktasına sahip dikdörtgen plaka elemanı.

Şekil 6.4'te gösterilen dört düğüm noktalı dikdörtgen plaka elemanı için Lagrange interpolasyon fonksiyonu doğal koordinatlar cinsinden denklem (6.18)'deki gibi elde edilmektedir.

$$\begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{Bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{Bmatrix} (1 - \zeta)(1 - \eta) \\ (1 + \zeta)(1 - \eta) \\ (1 + \zeta)(1 + \eta) \\ (1 - \zeta)(1 + \eta) \end{Bmatrix} \quad (6.18)$$

Burada  $\zeta$  ve  $\eta$  denklem (6.19) ile hesaplanmaktadır.

$$\zeta = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{b} \quad (6.19)$$

Lineer piezoelektrik kanuna dayanarak, elektrik alan denklem (6.20)'deki gibi yazılabilir.

$$\{E\} = \{E_x \quad E_y \quad E_z\} = - \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} \right\} \quad (6.20)$$



Eğer voltaj piezoelektrik katmanlara sadece kalınlık doğrultusunda uygulanırsa, elektrik alan vektörü aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$\{E\} = -\nabla\phi = -\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{Bmatrix}; E_z = \frac{\phi^e}{h_{pe,ps}} \quad (6.21)$$

Elektrik alan vektörü eyleyici ve sensör voltajı cinsinden denklem (6.22)'deki gibi düzenlenebilir [95].

$$\{E\} = -\{B_\phi\}\phi^e = -\begin{bmatrix} 0, 0, \frac{1}{h_{pe}} \\ 0, 0, \frac{1}{h_{ps}} \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \phi_e \\ \phi_s \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} B_\phi^e \\ B_\phi^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_e \\ \phi_s \end{Bmatrix} \quad (6.22)$$

Denklem (6.11) ve denklem (6.15) kullanılarak düğüm eğilme şekil değiştirme vektörü,

$$\{\varepsilon_{b0}\} = [B_b]\{q_e\} \quad (6.23)$$

denklem (6.23)'deki gibi elde edilmiştir. Burada  $[B_b]$ ,

$$[B_b] = \sum_{i=1}^4 \begin{bmatrix} \frac{\partial\psi_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial\psi_i}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial\psi_i}{\partial y} & \frac{\partial\psi_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial\psi_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial\psi_i}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial\psi_i}{\partial y} & -\frac{\partial\psi_i}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

denklem (6.24)'deki gibidir. Benzer şekilde, kayma şekil değiştirme vektörü

$$\{\varepsilon_{s0}\} = [B_s]\{q_e\} \quad (6.25)$$

denklem (6.25) ile elde edilmiştir. Burada  $[B_s]$  denklem (6.26)'daki gibidir.

$$[B_s] = \sum_{i=1}^4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial \psi_i}{\partial x} & -\psi_i & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \psi_i}{\partial y} & 0 & -\psi_i \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

### 6.2.5. Eleman Matrislerinin Elde Edilmesi

Akıllı kirişin hareket denklemleri denklem (5.34)'te verildiği gibi Hamilton Prensipleri kullanılarak elde edilmiştir. Sonlu elemanın kinetik enerjisi denklem (5.35) düzenlenerek denklem (6.27)'deki gibi elde edilmiştir.

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho(z) \{\dot{q}\}^T \{\dot{q}\} dV = \frac{1}{2} \int_A \begin{bmatrix} \dot{u}_0 \\ \dot{v}_0 \\ \dot{w}_0 \\ \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \end{bmatrix}^T [I] \begin{bmatrix} \dot{u}_0 \\ \dot{v}_0 \\ \dot{w}_0 \\ \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \end{bmatrix} dA \quad (6.27)$$

$\{\dot{q}\}$  hız alanını ( $\{\dot{q}\} = [\dot{u} \ \dot{v} \ \dot{w}]^T$ ) ve  $[I]$  atalet matrisini ifade etmektedir. Atalet matrisi  $[I]$ ,

$$[I] = \begin{bmatrix} I_0 & 0 & 0 & I_1 & 0 \\ 0 & I_0 & 0 & 0 & I_1 \\ 0 & 0 & I_0 & 0 & 0 \\ I_1 & 0 & 0 & I_2 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

denklem (6.28) ile verilmiştir. Burada  $I_0, I_1$  ve  $I_2$  denklem (6.29) ile hesaplanmaktadır.

$$(I_0, I_1, I_2) = \frac{1}{2} \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) \rho(z) dz \quad (6.29)$$

Sonlu elemanın potansiyel enerjisi denklem (5.38) yeniden düzenlenerek denklem (6.30)'daki gibi elde edilmiştir.

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon_b\}^T \{\sigma\} dV + \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon_s\}^T \{\tau\} dV \quad (6.30)$$

Sonlu elemanın elektrik enerjisi denklem (5.39) yeniden düzenlenerek denklem (6.31)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{2} \int_V \{E\}^T \{D\} dV \\ &= \frac{1}{2} \int_V \{E\}^T [e][Z_b] \{\varepsilon_{b0}\} dV + \frac{1}{2} \int_V \{E\}^T [\xi(z)] \{E\} dV \\ &= -\frac{1}{2} \int_V \phi^e \{B_\phi\}^T [e][Z_b][B_b] \{q_e\} dV \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_V \phi^e \{B_\phi\}^T [\xi^\varepsilon] \{B_\phi\} \phi^e dV \end{aligned} \quad (6.31)$$

Dış yükler tarafından yapılan sanal iş  $\delta W$  denklem (5.40) ile hesaplanmıştır. Denklem (6.30) düzenlenerek potansiyel enerji ifadesi, aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_V \{q_e\}^T [B_b]^T [Z_b]^T [C_b][Z_b][B_b] \{q_e\} dV \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_V \{q_e\}^T [B_b]^T [Z_b]^T [e(z)]^T \{B_\phi\} \phi^e dV \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_V \{q_e\}^T [B_s]^T [Z_s]^T [C_s][Z_s][B_s] \{q_e\} dV \end{aligned} \quad (6.32)$$

Kalınlık doğrultusunda integral alınarak eğilme elastik sabit matrisi  $[C_{bb}]$ ,

$$[C_{bb}] = \int_{-h/2}^{h/2} [Z_b]^T [C_b][Z_b] dz \quad (6.33)$$

$$[C_{bb}] = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix}; (A, B, D) = \int_{-h/2}^{h/2} [C_b](1, z, z^2) dz \quad (6.34)$$

denklem (6.34)'deki gibi elde edilir. Benzer şekilde, kayma elastik sabit matrisi  $[C_{ss}]$ , denklem (6.36)'daki gibi elde edilmiştir.

$$[C_{ss}] = \int_{-h/2}^{h/2} [Z_s]^T [C_s] [Z_s] dz \quad (6.35)$$

$$[C_{ss}] = \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [S] \end{bmatrix}; S = \frac{5}{6} \int_{-h/2}^{h/2} [C_s] dz \quad (6.36)$$

Denklem (6.27), denklem (6.31), denklem (6.32) ve denklem (5.40) denklem (5.34)'de yerine yazılarak Hamilton ifadesi denklem (6.37)'deki gibi yeniden düzenlenmiştir.

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \delta \left\{ \frac{1}{2} \int_A \{\dot{q}_e\}^T [N]^T [I] [N] \{\dot{q}_e\} dA \right. \\ - \frac{1}{2} \int_V \{q_e\}^T [B_b]^T [Z_b]^T [C_b] [Z_b] [B_b] \{q_e\} dV \\ - \frac{1}{2} \int_V \{q_e\}^T [B_b]^T [Z_b]^T [e(z)]^T \{B_\phi\} \phi^e dV \\ - \frac{1}{2} \int_V \{q_e\}^T [B_s]^T [Z_s]^T [C_s] [Z_s] [B_s] \{q_e\} dV \\ - \frac{1}{2} \int_V \phi^e \{B_\phi\}^T [e] [Z_b] [B_b] \{q_e\} dV \\ + \frac{1}{2} \int_V \phi^e \{B_\phi\}^T [\xi^\varepsilon] \{B_\phi\} \phi^e dV + \int_V \{q_e\}^T \{f_B\} dV \\ \left. + \int_{A_1} \{q_e\}^T \{f_A\} dA_1 + \{q_e\}^T \{f_C\} - \int_{A_2} \phi^e \sigma_A dA_2 \right\} dt = 0 \end{aligned} \quad (6.37)$$

Denklem (6.37)'nin  $q_e$ 'ye göre varyasyonu alınarak,

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_A \{\delta \dot{q}_e\}^T [N]^T [I] [N] \{\dot{q}_e\} dA \right. \\
& \quad - \int_V \{\delta q_e\}^T [B_b]^T [Z_b]^T [C_b] [Z_b] [B_b] \{q_e\} dV \\
& \quad - \frac{1}{2} \int_V \{\delta q_e\}^T [B_b]^T [Z_b]^T [e(z)]^T \{B_\phi\} \phi^e dV \\
& \quad - \int_V \{\delta q_e\}^T [B_s]^T [Z_s]^T [C_s] [Z_s] [B_s] \{q_e\} dV \\
& \quad - \frac{1}{2} \int_V \phi^e \{B_\phi\}^T [e] [Z_b] [B_b] \{\delta q_e\} dV + \int_V \{\delta q_e\}^T \{f_B\} dV \\
& \quad \left. + \int_{A_1} \{\delta q_e\}^T \{f_A\} dA_1 + \{\delta q_e\}^T \{f_C\} \right\} dt = 0
\end{aligned} \tag{6.38}$$

denklem (6.38) elde edilir. Denklem (6.38)'in ilk terimi için kısmi integral alınıp ortak varyasyon terimi parantez dışına alınırsa, denklem (6.39)'daki hali alır.

$$\begin{aligned}
& \{\delta q_e\}^T \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_A -[N]^T [I] [N] \{\ddot{q}_e\} dA - \int_V [B_b]^T [Z_b]^T [C_b] [Z_b] [B_b] \{q_e\} dV \right. \\
& \quad - \frac{1}{2} \int_V [B_b]^T [Z_b]^T [e]^T \{B_\phi\} \phi^e dV \\
& \quad - \int_V [B_s]^T [Z_s]^T [C_s] [Z_s] [B_s] \{q_e\} dV \\
& \quad - \frac{1}{2} \int_V [B_b]^T [Z_b]^T [e]^T \{B_\phi\} \phi^e dV + \int_V \{\delta q_e\}^T \{f_B\} dV \\
& \quad \left. + \int_{A_1} \{\delta q_e\}^T \{f_A\} dA_1 + \{f_C\} \right\} dt = 0
\end{aligned} \tag{6.39}$$

Denklem (6.37)'nin  $\phi_e$ 'ye göre varyasyonu alınıp ortak varyasyon terimi parantez dışına alınarak denklem (6.37), denklem (6.41)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \left\{ -\frac{1}{2} \int_V \delta\phi^e \{B_\phi\}^T [e][Z_b][B_b] \{q_e\} dV \right. \\ \left. -\frac{1}{2} \int_V \delta\phi^e \{B_\phi\}^T [e][Z_b][B_b] \{q_e\} dV \right. \\ \left. + \int_V \delta\phi^e \{B_\phi\}^T [\xi^\varepsilon] \{B_\phi\} \phi^e dV - \int_{A_2} \delta\phi^e \sigma_A dA_2 \right\} dt = 0 \end{aligned} \quad (6.40)$$

$$\begin{aligned} \delta\phi^e \int_{t_1}^{t_2} \left\{ -\frac{1}{2} \int_V \{B_\phi\}^T [e][Z_b][B_b] \{q_e\} dV \right. \\ \left. -\frac{1}{2} \int_V \{B_\phi\}^T [e][Z_b][B_b] \{q_e\} dV - \int_V \{B_\phi\}^T [\xi^\varepsilon] \{B_\phi\} \phi^e dV \right. \\ \left. + \int_{A_2} \sigma_A dA_2 \right\} dt = 0 \end{aligned} \quad (6.41)$$

Denklem (6.39) ve denklem (6.41) kullanılarak plaka elemanının hareket denklemi denklem (6.42)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} [M_{qq}^e] \{\ddot{q}_e\} + [K_{qq}^e] \{q_e\} + [K_{q\phi}^e] \{\phi^e\} - \{F_{dis}^e\} = 0 \\ [K_{\phi q}^e] \{q_e\} + [K_{\phi\phi}^e] \{\phi^e\} - \{F_{el}^e\} = 0 \end{aligned} \quad (6.42)$$

$[M_{qq}^e]$ ,  $[K_{qq}^e]$ ,  $[K_{q\phi}^e]$  ve  $[K_{\phi\phi}^e]$  matrisleri ve  $F_{dis}$ ,  $F_{el}$  vektörleri denklem (6.43) ile verilmiştir.

$$\begin{aligned} [M_{qq}^e] &= \int_A [N]^T I [N] dA \\ [K_{qq}^e] &= \int_V [B_b]^T [Z_b]^T [C_b] [Z_b] [B_b] dV + \int_V [B_s]^T [Z_s]^T [C_s] [Z_s] [B_s] dV \\ &= \int_A [B_b]^T [C_{bb}] [B_b] dA + \int_A [B_s]^T [C_{ss}] [B_s] dA \end{aligned}$$

$$[K_{q\phi}^e] = [K_{\phi q}^e]^T = \int_V [B_b]^T [Z_b]^T [e]^T [B_\phi] dV \quad (6.43)$$

$$[K_{\phi\phi}^e] = \int_V [B_\phi]^T [\xi] [B_\phi] dV$$

$$\{F_{dis}\} = \int_V \{f_B\} dV + \int_{A_1} \{f_A\} dA_1 + \{F_C\}$$

$$\{F_{el}^e\} = \int_{A_2} \sigma_A dA_2$$

Eleman direngenlik, kütle ve dış kuvvet matrisleri yerel koordinatlarda elde edildiğinden yerel koordinatlardan global koordinatlara dönüşümleri gereklidir. Bu dönüşümlerden sonra denklem (6.42) aşağıdaki gibi yeniden düzenlenmiştir.

$$\begin{bmatrix} M_{qq} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{qq}] & [K_{q\phi}] \\ [K_{\phi q}] & [K_{\phi\phi}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{ext} \\ F_{el} \end{Bmatrix} \quad (6.44)$$

Bölüm 5.2 ve bölüm 5.3'te olduğu gibi elektrik gerilim vektörünün ( $\{\phi\}$ ), eyleyici voltajı ( $\phi_e$ ) ve sensör voltajından ( $\phi_s$ ) oluştuğu, eyleyici voltajı  $\phi_e$ 'nin yükseltilmiş sensör voltajı olarak elde edildiği ve yapısal sönümün Rayleigh oransal sönüm metodu kullanılarak modele dahil edildiği kabul edilerek akıllı kirişin hareket denklemi denklem (6.45)'deki gibi elde edilmiştir.

$$[M_{qq}]\{\ddot{q}\} + [C_{qq}]\{\dot{q}\} + [K_T]\{q\} = \{F_{dis}\} - [K_{q\phi}]_E \{\phi_e\} \quad (6.45)$$

$$[K_T] = \left( [K_{qq}] - [K_{q\phi}]_S [K_{\phi\phi}]_S^{-1} [K_{\phi q}]_S \right)$$

### 6.3. MODAL ANALİZ VE DURUM UZAY GÖSTERİMİ

Aktif titreşim kontrolünün akıllı plakaya uygulanmasında durum uzay yaklaşımı kullanılmıştır. Sistemin sadece baskın ilk  $N$  titreşim modu ele alındığında, yer değiştirme denklem (6.46)'daki gibi yazılabilir.

$$q = \sum_{i=1}^N \Psi_i \alpha_i(t) = [\Psi]\{\alpha\} \quad (6.46)$$

Burada  $[\Psi]$  modal matrisi  $\{\alpha\}$  ise modal koordinatı ifade etmektedir.

Denklem (6.46) kullanılarak, denklem (6.45) aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$[M_{qq}]\Psi\{\ddot{\alpha}\} + [C_{qq}]\Psi\{\dot{\alpha}\} + [K_T]\Psi\{\alpha\} = \{F_{dis}\} - [K_{q\phi}]_E\{\phi_e\} \quad (6.47)$$

Denklem (6.47)  $\Psi^T$  ile çarpılarak, genelleştirilmiş kütle, direngenlik ve sönüm matrisi denklem (6.48)'deki gibi elde edilir.

$$[\bar{M}_{qq}]\ddot{\alpha} + [\bar{C}_{qq}]\dot{\alpha} + [\bar{K}_T]\alpha = \{\bar{F}_{ext}\} - [\bar{K}_{q\phi}]_E\{\phi_e\} \quad (6.48)$$

$$\begin{aligned} [\bar{M}_{qq}] &= \Psi^T [M_{qq}] \Psi; [\bar{C}_{qq}] = \Psi^T [C_{qq}] \Psi; [\bar{K}_T] = \Psi^T [K_T] \Psi; \{\bar{F}_{dis}\} \\ &= \Psi^T \{F_{dis}\} \end{aligned} \quad (6.49)$$

Denklem (6.48) yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \{\ddot{\alpha}\} &= -[\bar{M}_{qq}]^{-1} [\bar{C}_{qq}] \dot{\alpha} - [\bar{M}_{qq}]^{-1} [\bar{K}_T] \alpha + [\bar{M}_{qq}]^{-1} \{\bar{F}_{ext}\} \\ &\quad - [\bar{M}_{qq}]^{-1} [\bar{K}_{q\phi}]_E \{\phi_e\} \end{aligned} \quad (6.50)$$

eşitliği elde edilir. Dinamik sistemin durum ve çıkış denklemleri denklem (4.54) ve (4.55) düzenlenerek, denklem (6.51)'deki gibi yazılmıştır.

$$\begin{aligned} \{\dot{x}\} &= [A]\{x\} + [B]\{\phi_A\} + [E]\{r\} \\ \{y\} &= \{\phi_S\} = [C]\{x\} + [D]\{u\} \end{aligned} \quad (6.51)$$

Durum denklemlerinin elde edilmesinde durum değişkeni olarak " $x$ " kullanılmıştır. Genelleştirilmiş koordinatlar durum değişkeni cinsinden denklem (6.52)'deki gibi ifade edilmiştir.



$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \\ \dot{\alpha}_1 \\ \vdots \\ \dot{\alpha}_N \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

Denklem (6.52) kullanılarak denklem (6.50)'nin durum denklemi formu,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_{2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\bar{M}_{qq}^{-1} \bar{K}_T & -\bar{M}_{qq}^{-1} \bar{C}_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{2N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{M}_{qq}^{-1} (\bar{K}_{q\phi})_E \end{bmatrix} \{\phi_e\} \\ + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{M}_{qq}^{-1} \bar{F}_{dış} \end{bmatrix} \quad (6.53)$$

denklem (6.53) ile elde edilmiştir.

Sensör voltajı sistem çıktısı olarak ele alınmış ve denklem (6.54) ile hesaplanmıştır.

$$y = \phi_S = \begin{bmatrix} (K_{\phi\phi})_S^{-1} (K_{\phi q})_S \Psi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{2N} \end{bmatrix} \quad (6.54)$$

Denklem (6.48), denklem (6.53) ve denklem(6.54) çok girişli çok çıkışlı sistem için tekrar düzenlenerek denklem (6.55), denklem (6.56) ve denklem (6.57)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \bar{M}_{qq} \end{bmatrix} \ddot{\alpha} + \begin{bmatrix} \bar{C}_{qq} \end{bmatrix} \dot{\alpha} + \begin{bmatrix} \bar{K}_T \end{bmatrix} \alpha = \{\bar{F}_{ext}\} - \begin{bmatrix} \bar{K}_{q\phi} \end{bmatrix}_{Eyl_1} \{\phi_{e_1}\} - \\ \begin{bmatrix} \bar{K}_{q\phi} \end{bmatrix}_{Eyl_i} \{\phi_{e_i}\} \quad i = 2,3..n \quad (6.55)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_{2N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\bar{M}_{qq}^{-1} \bar{K}_T & -\bar{M}_{qq}^{-1} \bar{C}_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{2N} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ -\bar{M}_{qq}^{-1} (\bar{K}_{q\phi})_{Eyl_1} & \dots & -\bar{M}_{qq}^{-1} (\bar{K}_{q\phi})_{Eyl_n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{e_1} \\ \vdots \\ \phi_{e_n} \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{M}_{qq}^{-1} \bar{F}_{dış} \end{bmatrix} \quad (6.56)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \phi_S = \begin{bmatrix} (K_{\phi\phi})_{Sen_1}^{-1} (K_{\phi q})_{Sen_1} \Psi & 0 \\ \vdots \\ (K_{\phi\phi})_{Sen_n}^{-1} (K_{\phi q})_{Sen_n} \Psi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{2N} \end{bmatrix} \quad (6.57)$$

#### 6.4. SAYISAL ANALİZ ÇALIŞMALARI

Bu bölümde ilk olarak, sunulan model için yakınsama analizi ve doğrulama çalışması yapılmıştır. Daha sonra doğrulanan yöntem akıllı FDM plakanın çeşitli sınır koşullarında statik eğilme analizi, serbest titreşim analizi, dinamik analizi ve aktif titreşim kontrolünde kullanılmıştır. PZT-4, PZT-5H, Alüminyum ve Zirkonyanın elektriksel ve mekanik malzeme özellikleri Çizelge 6.1 de verilmiştir. FDM plakanın ve FDPm sensör ve eyleyicinin geometrik boyutları  $l_{pl} = w_{pl} = 0.3$  m,  $h_s/l_{pl} = 0.02$  ve  $h_{pe,ps}/l_{pl} = 0.01$  olarak ele alınmıştır.

Çizelge 6.1. Mekanik ve elektriksel malzeme özellikleri.

Parametre	Alüminyum	Zirkonya	PZT-5H	PZT-4
$E$ (GPa)	70	151	-	-
$\nu$	0,3	0,3	-	-
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	2707	3000	7500	7500
<b>Elastik sabitler (GPa)</b>				
$C_{11} = C_{22}$	-	-	126	139
$C_{33}$	-	-	117	115
$C_{12}$	-	-	79,1	77,8
$C_{13} = C_{23}$	-	-	83,9	74
$C_{44} = C_{55}$	-	-	23	25,6
$C_{66}$	-	-	23,5	30,6
<b>Piezoelektrik katsayılar (C/m<sup>2</sup>)</b>				
$e_{31} = e_{32}$	-	-	-6,5	-5,2
$e_{15} = e_{24}$	-	-	17	12,7
$e_{33}$	-	-	23,3	15,1
<b>Dielektrik katsayılar (nF/m)</b>				
$\xi_{11} = \xi_{22}$	-	-	15,05	6,46
$\xi_{33}$	-	-	13,02	5,62

#### 6.4.1. Yakınsama Analizi

Sunulan modelin yakınsama analizinde, iki FDPM katman arasında sandviç edilmiş FDM plakanın CFFF sınır koşullarında ilk altı doğal frekansı elde edilmiş sonuçlar Çizelge 6.2’de sunulmuştur.

Çizelge 6.2. CFFF kare plakanın ilk altı doğal frekansının yakınsama analizi (Hz).

Mesh	2x2	4x4	8x8	12x12	14x14	16x16
$w_1$	83,60	83,34	83,27	83,25	83,25	83,25
$w_2$	205,06	203,87	203,68	203,64	203,63	203,62
$w_3$	513,42	509,83	509,05	508,94	508,91	508,90
$w_4$	654,75	650,89	649,71	649,63	649,62	649,61
$w_5$	753,04	741,44	739,76	739,56	739,51	739,49
$w_6$	1328,90	1297,30	1291,50	1291,00	1290,90	1290,90

Kuvvet yasası indeksi  $n$  hem FDM plaka hem de FDPM sensör ve eyleyici için  $n = n_s = n_{pe} = n_{ps} = 2$  olarak alınmıştır. Çizelge 6.2’de görüldüğü gibi sunulan yöntem için  $N_x \times N_y = 16 \times 16$  mesh boyutu kabul edilebilir ve doğru sonuçlar elde edilebilmesi için yeterlidir.

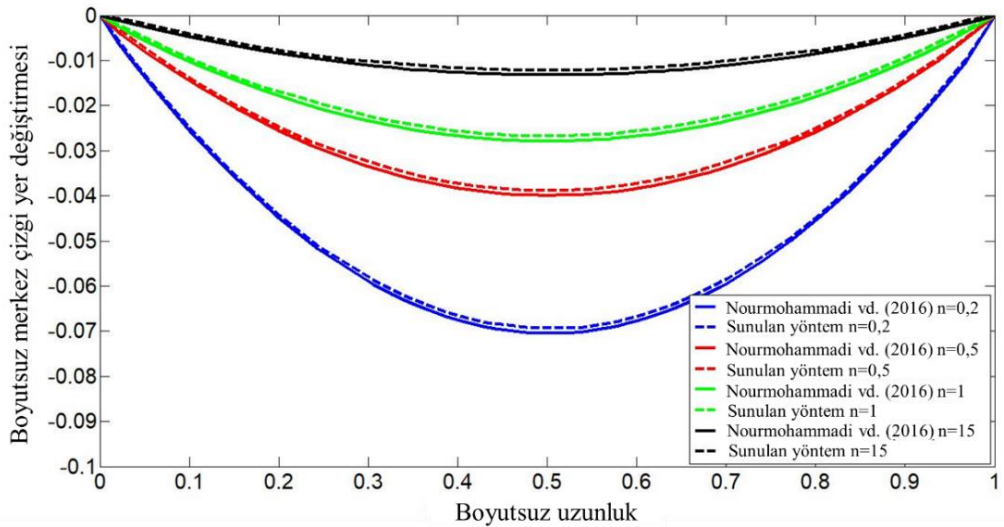
#### 6.4.2. Model Doğrulama Analizi

Sunulan yöntemin doğruluğunu ispat etmek için literatürde mevcut bulunan üç örnek çalışma ile karşılaştırılma yapılmıştır. Birinci çalışmada, piezoelektrik sensör ve eyleyici entegre edilmiş FDM plakanın ilk üç doğal frekansı CFFF ve SSSS sınır koşullarında He vd.’nin sonlu elemanlar modeli sonuçları ile karşılaştırılmıştır [83]. Alüminyum oksit / Ti-6Al-4V malzeme bileşiminden oluşan FDM plakanın boyutları  $0,4 \times 0,4 \times 0,005$  m<sup>3</sup>tür. G-1195N piezoelektrik katmanları, FDM plakanın üst ve alt yüzeyine yapıştırılmış durumdadır. Her iki piezoelektrik katmanın kalınlığı 0,0001 m'dir. Çizelge 6.3, altı farklı kuvvet yasası indeksi ile FDM plakanın ilk üç doğal frekansının değişimini göstermektedir. Tablo incelendiğinde, sunulan metot (SM) ile elde edilen sonuçların referans çalışma sonuçları ile oldukça yakın olduğu görülmektedir.

Çizelge 6.3. Kuvvet yasası indeksi ile FDM plakanın doğal frekans değişimi (Hz).

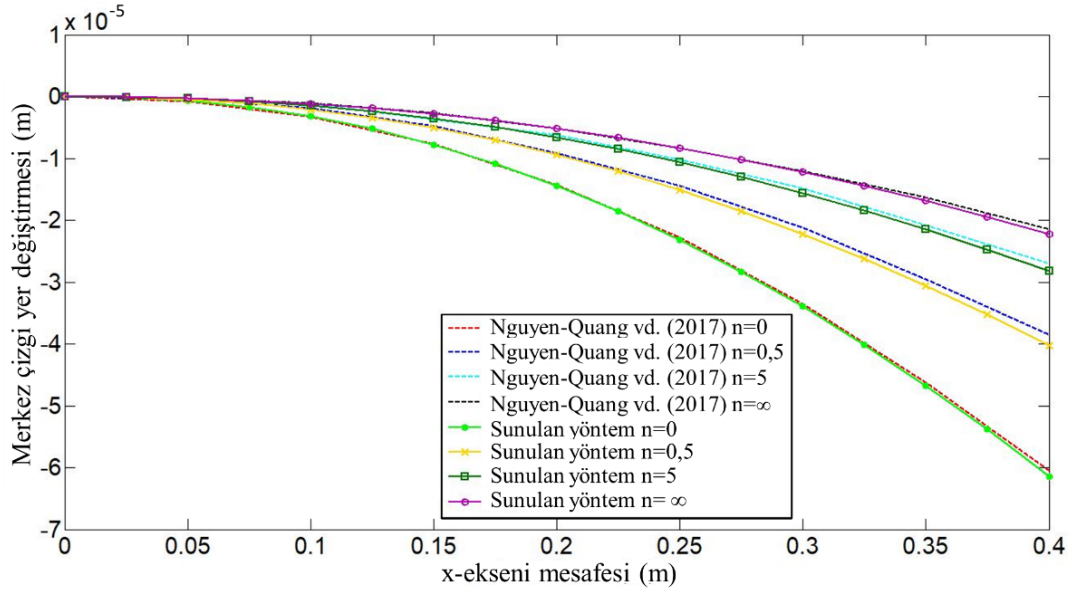
S.K.	Metot	Kuvvet yasası indeksi						
		$n = 0$	$n = 0,2$	$n = 0,5$	$n = 1$	$n = 5$	$n = 1000$	
CFFF	$w_1$	[83]	25,58	29,87	32,84	35,33	40,97	46,55
		SM	25,58	30,42	34,06	36,82	41,51	46,60
	$w_2$	[83]	62,75	73,67	81,20	87,52	101,85	116,00
		SM	62,73	74,91	84,17	91,24	103,11	116,10
	$w_3$	[83]	157,20	183,97	202,52	218,04	252,99	287,60
		SM	156,87	186,84	209,47	226,70	255,74	287,38
SSSS	$w_1$	[83]	144,25	168,74	185,45	198,92	230,46	261,73
		SM	145,61	171,21	188,90	203,65	234,32	263,49
	$w_2$	[83]	359,00	420,66	462,47	495,62	573,82	651,49
		SM	361,04	424,18	467,76	501,88	578,46	655,56
	$w_3$	[83]	359,00	420,66	462,47	495,62	573,82	651,49
		SM	361,04	424,18	467,76	501,88	578,46	655,56

İkinci doğrulama çalışmasında,  $50,8 \times 25,4 \times 5,08 \text{ mm}^3$  boyutlarında  $q = 10 \text{ kN/m}^2$  yayılı yük etkisi altındaki FDPM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri SSSS sınır koşullarında Nourmohammadi ve Behjat'ın sonuçları ile karşılaştırılmıştır [116]. Ele alınan FDPM plakanın üst yüzeyi PVDF alt yüzeyi ise PZT olarak düşünülmüştür. Şekil 6.5, FDPM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmelerinin yayılı yük etkisi altında kuvvet yasası indeksine göre değişimini göstermektedir. Şekilden görüldüğü gibi sonuçlar arasında oldukça yüksek benzerlik vardır.



Şekil 6.5. Yayılı yük altındaki FDPM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmesi.

Üçüncü doğrulama çalışmasında, elektriksel olarak yüklenmiş FDM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri farklı kuvvet yasası indeksleri için CFFF sınır koşullarında incelenmiş, elde edilen sonuçlar Nguyen-Quang vd.'nin analiz sonuçları ile karşılaştırılmıştır [89]. FDM plaka ve piezoelektrik katmanların malzeme özellikleri ve boyutları birinci doğrulama çalışması ile aynıdır. Eyleyiciye uygulanan voltaj  $V = 10$  V olarak alınmıştır. Şekil 6.6, elektrik yükü etkisi altındaki FDM plakanın dört farklı kuvvet yasası indeksi için merkez çizgisi yer değiştirmelerini göstermektedir. Şekilden görüldüğü gibi sunulan yöntem sonuçları ile referans çalışma sonuçları arasında yüksek oranda benzerlik vardır.



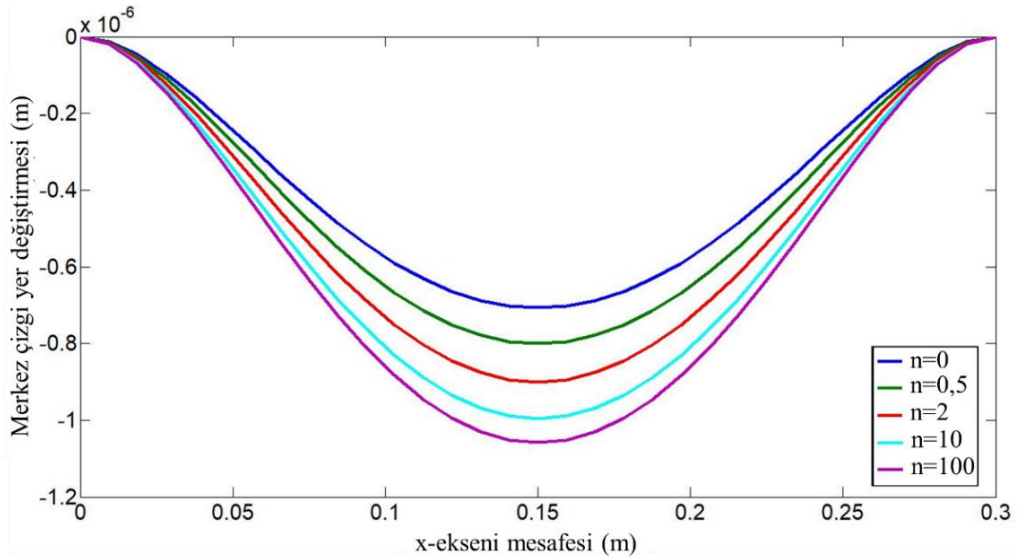
Şekil 6.6. 10 V elektriksel yük etkisi altındaki FDM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri.

### 6.4.3. Statik Eğilme Analizi

Bu başlık altında, elektrik ve mekanik yük etkisi altındaki akıllı bir FDM plakanın statik eğilme analizi çeşitli sınır koşullarında incelenmiştir. Birinci örnekte, CCCC sınır koşullarına sahip akıllı plakaya  $F = 1000$  N/m<sup>2</sup> üniform dağılımlı yayılı yük uygulanmış, plakanın merkez çizgi yer değiştirmeleri farklı kuvvet yasası indeksleri ( $n = n_s = n_{pe} = n_{ps} = 0, 0.5, 2, 10, 1000$ ) için elde edilmiştir. İkinci örnekte,  $V = 200$  V elektrik gerilimi uygulanan CFFF akıllı plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri beş farklı kuvvet yasası indeksi ( $n_s = 1, n_{pe} = n_{ps} =$

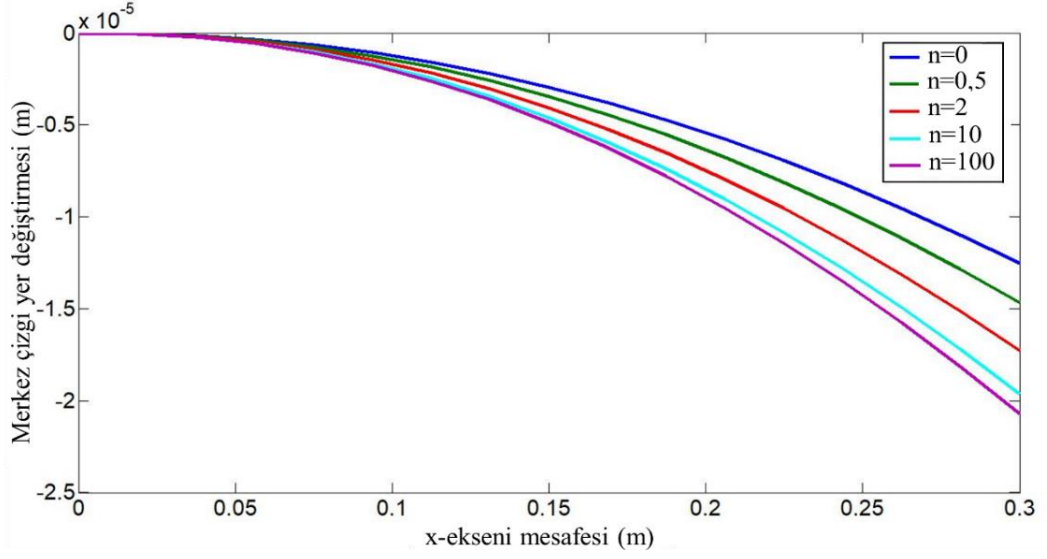
0, 0.5, 2, 10, 1000) için elde edilmiştir. Üçüncü örnekte ise, 1000 N'luk noktasal kuvvet CFFF akıllı kirişin serbest ucundan uygulanmış, çeşitli kuvvet yasayı indeksleri için ( $n_s = 0$ ,  $n_{pe} = 0$ ,  $n_{ps} = 0, 0.1, 0.5, 1, 2, 5 \dots 50$ ) FDPM sensörden elde edilen sensör voltajı değerleri tespit edilmiştir.

Şekil 6.7 akıllı plakanın kalınlık doğrultusu boyunca merkez çizgisi yer değiştirmelerini göstermektedir. Görüldüğü gibi merkez çizgisi yer değiştirmeleri  $n$  kuvvet yasası indeksinin artması ile artmaktadır. Bu artışın nedeni, artan kuvvet yasası indeksi ile zirkonya ve PZT-4 dağılımının azalarak yapının direngenliğinin düşmesidir.



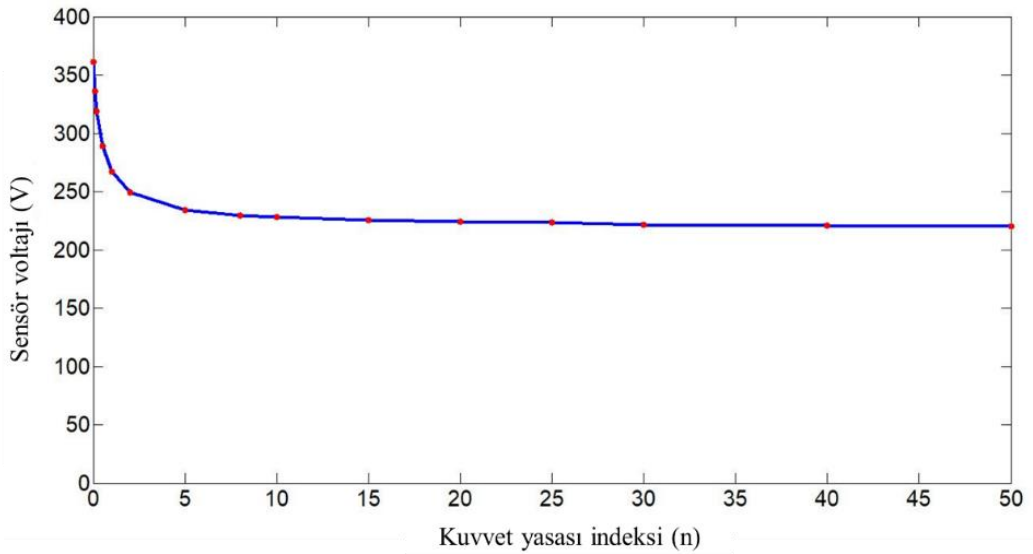
Şekil 6.7. Kuvvet yasası indeksinin CCCC FDM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmesine etkisi.

Şekil 6.8,  $V = 200$  V eyleyici voltajı etkisi altındaki FDM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmelerini göstermektedir. Kuvvet yasası indeksinin FDPM eyleyici performansına etkisini inceleyebilmek için, FDM plakanın ve FDPM sensörün kuvvet yasası indeksleri sabit alınırken ( $n_s = n_{ps} = 1$ ), eyleyicininki 0 – 1000 aralığında artırılmıştır. Şekilden görüldüğü gibi merkez çizgisi yer değiştirmesi eyleyici kuvvet yasası indeksinin artması ile artmaktadır. Bu artışın sebebi PZT-5H'nin yüksek piezoelektrik gerilme katsayısına sahip olması ve artan kuvvet yasası indeksi ile PZT-5H oranının artmasıdır.



Şekil 6.8. 200 V eyleyici voltajı etkisi altındaki CFFF FDM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri ( $n_s = n_{ps} = 1$ ).

Şekil 6.9,  $F = 1000$  N mekanik kuvvet etkisi altındaki FDPM sensörden elde edilen sensör voltajı değerlerini göstermektedir. Kuvvet yasası indeksinin sensör performansı üzerindeki etkisini incelemek için, FDM plakanın ve FDPM eyleyicinin kuvvet yasası indeksleri sabit alınırken ( $n_s = n_{pe} = 0$ ), FDPM sensörün kuvvet yasası indeksi 0–50 aralığında artırılmıştır. Şekilde görüldüğü gibi PZT-5H'ın yüksek dielektrik katsayısı (düşük voltaj katsayısı) nedeniyle sensörün kuvvet yasası indeksinin artmasıyla sensörün çıkış voltaj değeri azalmaktadır.



Şekil 6.9. FDPM sensörün farklı kuvvet yasası indeksleri için sensör voltaj değerleri.

Ayrıca Şekil 6.8 ve Şekil 6.9'dan PZT-5H'in eyleyici performansının PZT-4'den daha yüksek olduğu, ancak sensör performansının daha düşük olduğu sonucuna varılmıştır.

#### 6.4.4. Serbest Titreşim Analizi

Serbest titreşim analizinde ilk olarak, dört farklı sınır koşulu göz önünde bulundurularak (CCCC, SSSS, CFCF ve CSFS), akıllı FDM plakanın ilk altı doğal frekansı beş farklı kuvvet yasası indeksi için elde edilmiştir ( $n = n_s = n_{pe} = n_{ps} = 0, 0.1, 0.5, 5, 1000$ ). Daha sonra, CFFF plakanın ilk üç doğal frekansı üç farklı en boy oranı için ( $l/w = 0.5, 1, 2$ ) ANSYS sonlu elemanlar yazılımından elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Çizelge 6.4. Akıllı FDM kare plakanın farklı sınır koşullarındaki ilk altı doğal frekans değerleri.

S.K.	n	Doğal frekanslar (Hz)					
		w <sub>1</sub>	w <sub>2</sub>	w <sub>3</sub>	w <sub>4</sub>	w <sub>5</sub>	w <sub>6</sub>
CCCC	0	963,38	1959,30	1959,30	2880,90	3497,00	3513,90
	0,1	948,15	1928,30	1928,30	2835,30	3441,70	3458,70
	0,5	909,68	1850,00	1850,00	2720,20	3301,90	3317,90
	5	836,49	1701,10	1701,10	2501,10	3035,70	3050,40
	1000	798,29	1623,40	1623,40	2386,40	2897,00	2911,00
SSSS	0	532,97	1325,20	1325,20	2121,20	2631,80	2634,60
	0,1	524,54	1304,20	1304,20	2087,70	2590,20	2592,90
	0,5	503,26	1251,30	1251,30	2002,90	2485,00	2487,60
	5	462,78	1150,60	1150,60	1841,70	2284,90	2287,30
	1000	441,65	1098,00	1098,00	1757,60	2180,50	2182,80
CFCF	0	593,03	702,98	1157,70	1632,00	1786,40	2114,10
	0,1	583,79	692,36	1140,10	1606,50	1759,00	2081,30
	0,5	560,44	665,50	1095,60	1542,20	1689,70	1998,40
	5	516,00	614,45	1010,10	1419,70	1558,00	1840,80
	1000	492,68	587,37	966,33	1355,40	1488,50	1758,00
CSFS	0	339,01	885,13	1112,40	1683,60	1930,20	2407,80
	0,1	333,95	871,52	1095,30	1657,70	1899,90	2370,40
	0,5	321,14	837,14	1052,00	1592,10	1823,60	2275,80
	5	296,78	771,81	969,66	1467,40	1678,40	2095,90
	1000	283,82	737,38	926,26	1401,80	1602,40	2001,40



Çizelge 6.4'te genel sınır koşullarına sahip FDM plakanın ilk altı doğal frekansı sunulmuştur. Çizelgeden görüldüğü gibi kuvvet yasası indeksinin artmasıyla doğal frekans değerleri azalmaktadır. Bu azalmasının sebebi kuvvet yasası indeksinin artması ile zirkonya ve PZT-4'ün hacim oranının azalarak plakanın direngenliğinin düşmesidir. Ayrıca sınır koşulları karşılaştırıldığında, basit mesnetli sınır koşullarının ankastre sınır koşullarına göre daha esnek olduğu görülmektedir.

Çizelge 6.5. Akıllı FDM kare plakanın farklı en-boy oranları için ilk üç doğal frekans değerleri (Hz).

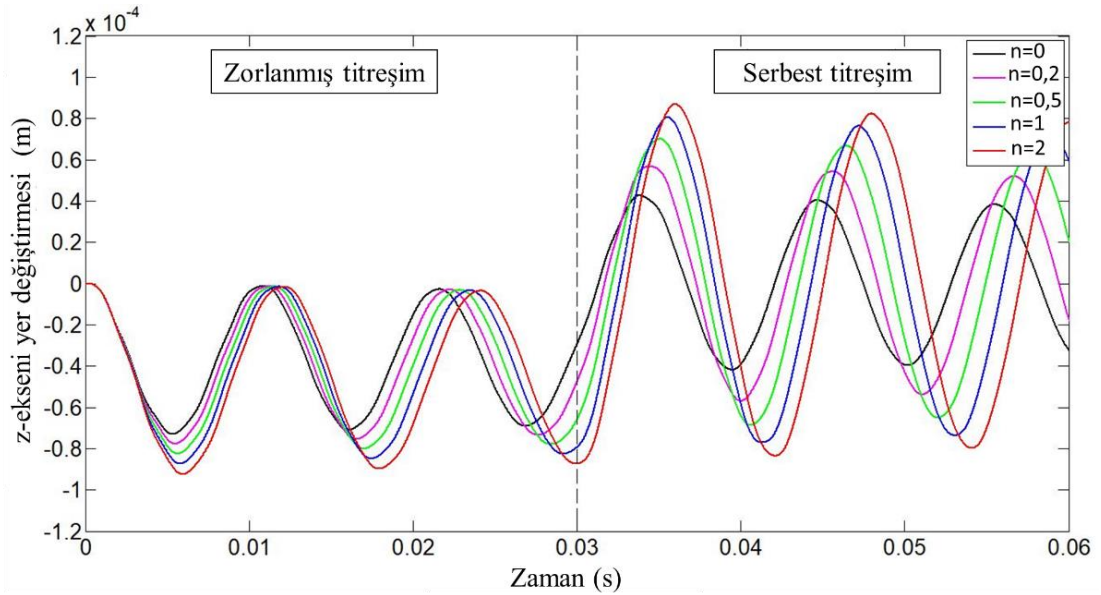
<i>n</i>	0		1		5		1000		
	SM	ANSYS	SM	ANSYS	SM	ANSYS	SM	ANSYS	
0,5	$w_1$	374,38	374,17	344,27	343,97	324,98	324,03	310,77	309,85
	$w_2$	564,67	560,32	525,95	520,86	498,20	392,88	475,12	469,08
	$w_3$	1071,2	1055,10	1000,5	983,6	945,10	927,35	902,60	883,51
1	$w_1$	93,07	92,97	85,46	85,22	80,85	80,14	77,75	77,21
	$w_2$	225,04	222,78	208,54	207,90	198,29	196,54	189,95	187,59
	$w_3$	565,59	563,55	521,96	519,59	494,78	492,12	473,05	470,36
2	$w_1$	22,97	22,78	21,17	21,02	20,04	19,93	19,15	18,96
	$w_2$	97,82	96,31	90,78	89,18	86,40	84,90	82,82	81,34
	$w_3$	143,05	141,66	131,88	130,19	124,93	123,66	119,39	118,02

Çizelge 6.5 doğal frekans değerlerinin en-boy oranı ve kuvvet yasası indeksine göre değişimini göstermektedir. Çizelgede görüldüğü gibi en-boy oranının artışı ile doğal frekans değerleri önemli ölçüde azalmaktadır. Bu azalmanın sebebi, en-boy oranının artmasıyla plaka ataletinin azalmasıdır. Burada ayrıca mevcut modelden elde edilen sonuçlar ANSYS yazılımından elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmış sonuçların oldukça yakın olduğu görülmüştür.

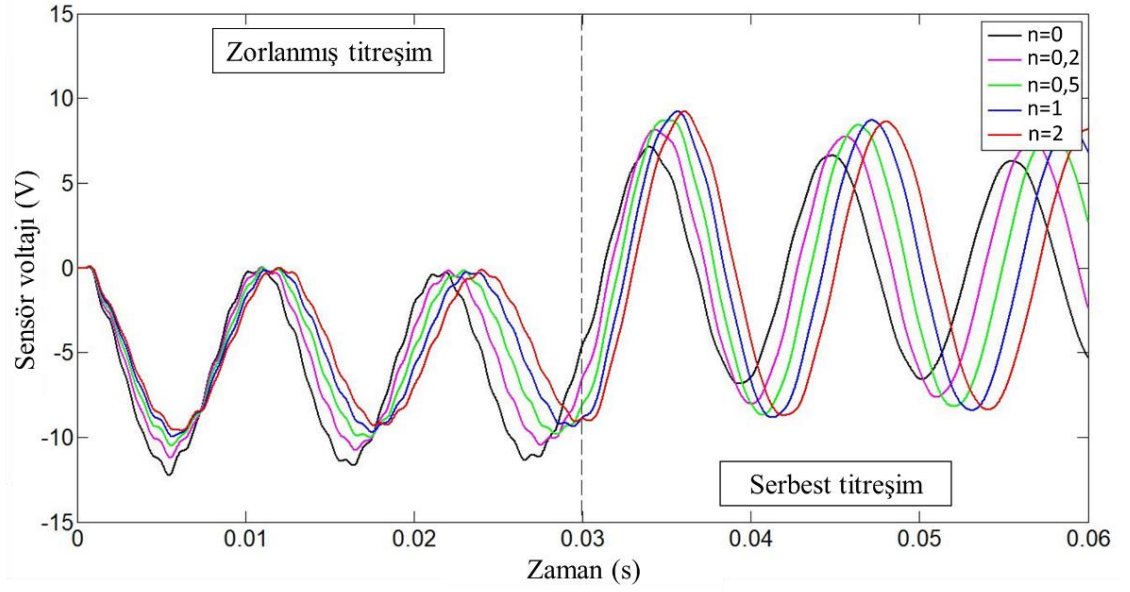
#### 6.4.5. Dinamik Analiz

Dinamik analiz çalışmasının gerçekleştirilmesi için  $q = q_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)$  sinüzoidal yayılı yük etkisi altındaki CFFF sınır koşullarındaki bir akıllı plaka ele

alınmıştır. İlk olarak, beş farklı kuvvet yasası indeksi için serbest uç yer değiştirmeleri elde edilmiş daha sonra karşılık gelen sensör çıkış voltajı değerleri elde edilmiştir. Kuvvet yasası indeksi  $n$  hem FDM plaka hem de FDPM katmanlar için  $n = n_s = n_{pe} = n_{ps} = 0, 0,2, 0,5, 1, 2$  olarak alınmıştır.  $q_0 = 1000 \text{ N/m}^2$  olarak alınmıştır. Dinamik analiz simülasyonları  $0,0001 \text{ s}$  zaman adımı ile Newmark  $\beta$  integrasyon metodu kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Dinamik yük  $t = 0,03 \text{ s}$  boyunca uygulanmış daha sonra yük kaldırılarak plaka serbest titreşime bırakılmıştır. Şekil 6.10 akıllı plakanın mekanik yük etkisi altındaki serbest uç titreşimini göstermektedir. Şekilden görüldüğü gibi kuvvet yasası indeksinin artması ile yer değiştirme miktarı artmaktadır. Bu artışın sebebi plakanın direngenliğinin azalmasıdır. Şekil 6.11’de mekanik yükleme durumunda FDPM sensörden elde edilen çıkış voltajı gösterilmiştir. Şekil 6.10 ve Şekil 6.11’den zorlanmış titreşim bölgeleri incelendiğinde,  $n = 0$  için titreşim genlikleri daha az olmasına rağmen PZT-4’ün yüksek voltaj katsayısı sayesinde daha fazla voltaj elde edilmiştir. Serbest titreşim bölgesinde ise  $n = 0$  ve  $n = 2$  kuvvet yasası indeksleri için titreşim genlikleri arasındaki farkın fazla olmasına rağmen PZT-5H’in artan hacim oranı sebebiyle sensör çıkış voltajlarının birbirine yakın olduğu tespit edilmiştir.



Şekil 6.10. FDM akıllı plakanın zorlanmış ve serbest titreşim cevabı.



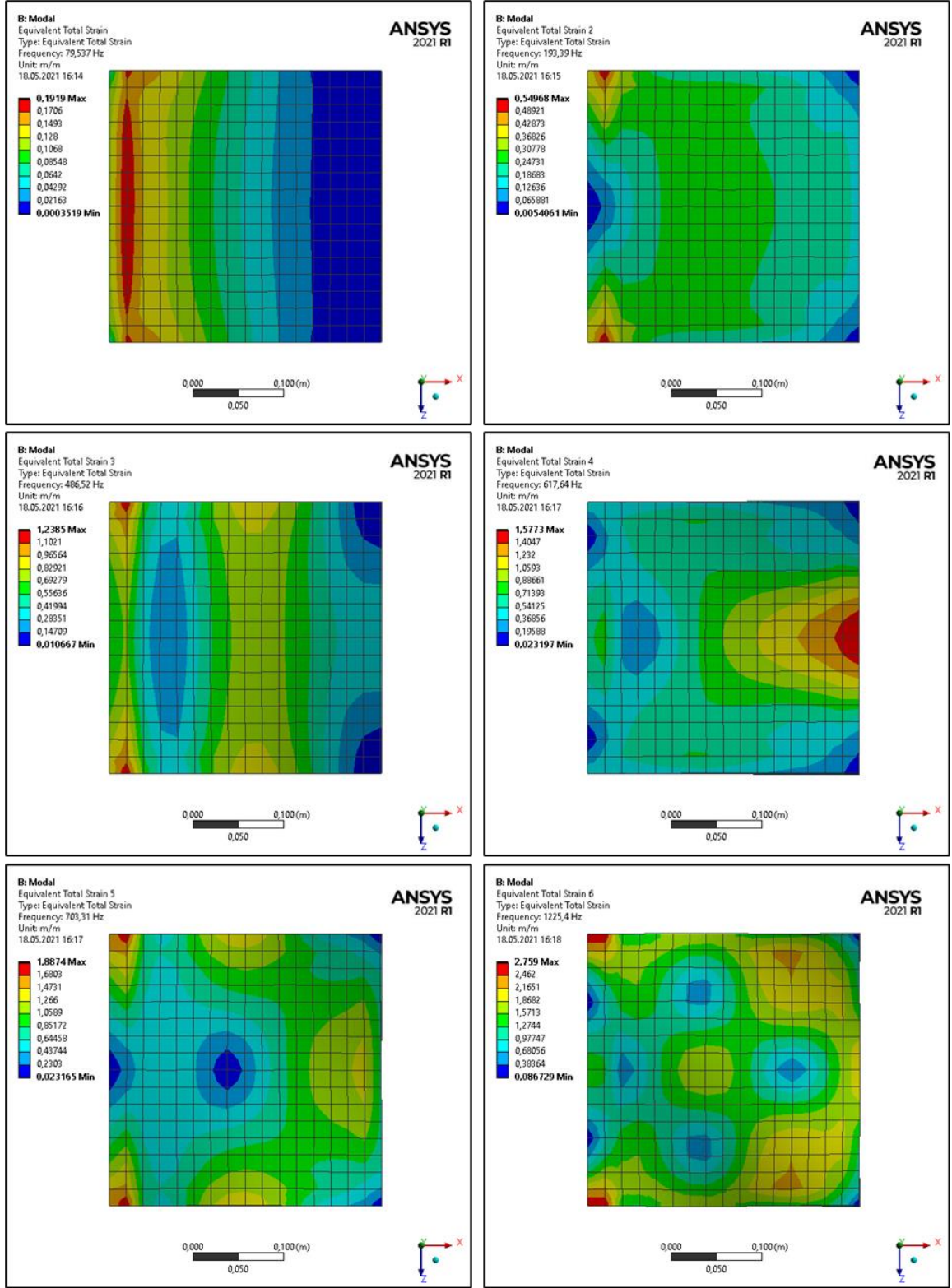
Şekil 6.11. FDPM sensörün voltaj cevabı.

#### 6.4.6. Aktif Titreşim Kontrolü

FDM plakasının FDPM sensör ve eyleyici ile aktif titreşim kontrolünde LQR kontrol algoritması kullanılmıştır. İndirgenmiş mertebeden dinamik modelde FDM plakasının ilk altı titreşim modu ele alınmıştır. Simülasyon çalışmalarında, LQR kontrol ağırlık matrisi parametreleri  $[Q]$  ve  $[R]$  sırasıyla  $10^8$  ve 1 olarak alınmıştır.

##### 6.4.6.1. FDPM Sensör ve Eyleyicilerin Plaka Üzerindeki Dağılımı

Çok girişli çok çıkışlı sistemlerde aktif titreşim kontrolünün efektif olarak yapılabilmesi için sensör ve eyleyicilerin plaka üzerindeki konumunun belirlenmesi önem arz etmektedir. Modal şekil değiştirme metodu piezoelektrik sensör ve eyleyicilerin plaka üzerindeki optimum konumlarının belirlenmesinde literatürde kabul gören yöntemlerden biridir. Bu sebeple, FDPM sensör ve eyleyiciler yüksek modal şekil değiştirme enerjisine sahip bölgelere yerleştirilmiştir [117]. FDM plakasının ilk altı titreşim modunun yüksek şekil değiştirme enerjili bölgeleri ANSYS sonlu elemanlar yazılımı kullanılarak elde edilmiş ve Şekil 6.12 ile sunulmuştur.



Şekil 6.12. FDM plakanın ilk altı titreşim modunun modal şekil değiştirme enerjisi.

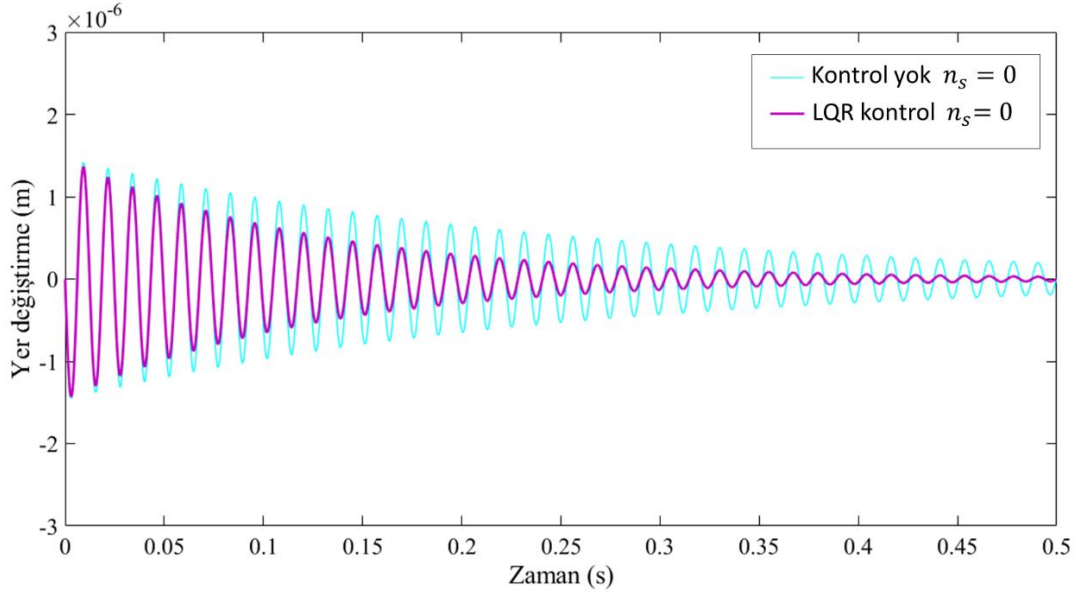
Aktif titreşim kontrolünde kullanılacak olan sensör ve eyleyici çiftinin sayısı on olarak seçilmiş ve çiftlerin FDM plaka üzerindeki dağılımı Şekil 6.13 ile gösterilmiştir.

1	17	33	49	65	81	97	113	129	145	161	177	193	209	225	241
Eyleyici 1		34	50	66	82	98	114	130	146	162	178	194	210	226	242
2	18														
3	19	35	51	67	83	99	115	131	147	163	179	195	211	227	243
4	20	36	52	68	84	100	116	Eyleyici 7		164	180	196	212	228	244
5	21	37	53	69	85	101	117	132	148						
6	22	38	54	70	86	102	118	133	149	165	181	197	213	229	245
7	23	39	55	71	87	103	119	134	150	166	182	198	214	230	246
Eyleyici 2						Eyleyici 5									
8	24	40	56	72	88	104	120	135	151	167	183	199	215	231	247
								136	152	168	184	200	216	232	248
9	25	41	57	73	89	105	121	137	153	169	185	201	217	233	249
Eyleyici 3						Eyleyici 6									
10	26	42	58	74	90	106	122	138	154	170	186	202	218	234	250
11	27	43	59	75	91	107	123	139	155	171	187	203	219	235	251
12	28	44	60	76	92	108	124	140	156	172	188	204	220	236	252
13	29	45	61	77	93	109	125	141	157	173	189	205	221	237	253
14	30	46	62	78	94	110	126	Eyleyici 8		174	190	206	222	238	254
								142	158						
15	31	47	63	79	95	111	127	143	159	175	191	207	223	239	255
Eyleyici 4															
16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256

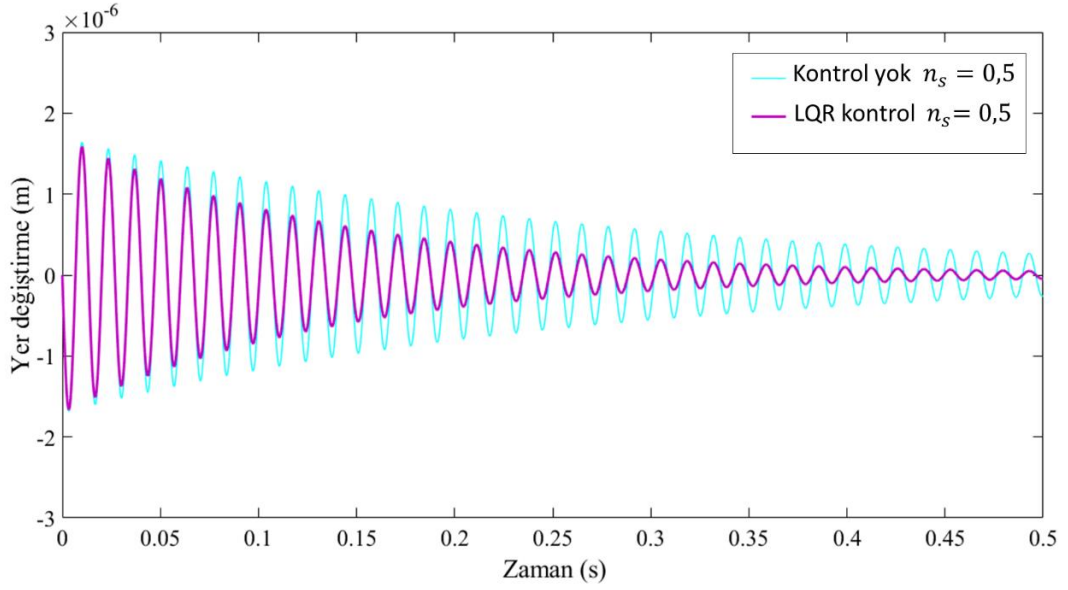
Şekil 6.13. FDPM sensör ve eyleyicilerin plaka üzerindeki dağılımı.

#### 6.4.6.2. Titreşim Kontrol Analizi

Aktif titreşim kontrolü çalışmasında ilk olarak, CFFF sınır koşullarına sahip FDM plakanın birim impuls yer değiştirme cevabı ve sensör voltaj cevabı çeşitli kuvvet yasası indeksleri için elde edilmiştir. Daha sonra, kuvvet yasası indeksinin FDPM eyleyicinin kontrol performansına etkisini inceleyebilmek için FDM plakanın kuvvet yasası indeksi sabit tutulurken FDPM eyleyicinin kuvvet yasası indeksi 0-1000 aralığında artırılmıştır. Son olarak, LQR ağırlık matrisi parametresi  $[Q]$ 'nin FDM plakanın kontrol performansına etkisi üç farklı ağırlık matrisi parametresi ile incelenmiştir. Şekil 6.14 - Şekil 6.17 akıllı plakanın dört farklı kuvvet yasası indeksi ( $n_s = 0, 0.5, 2, 1000, n_{pe} = n_{ps} = 0$ ) için birim impuls cevabını göstermektedir. Şekilde görüldüğü gibi artan kuvvet yasası indeksi ile LQR kontrol performansı akıllı plakanın direngenliğinin düşmesi sebebiyle azalmaktadır.

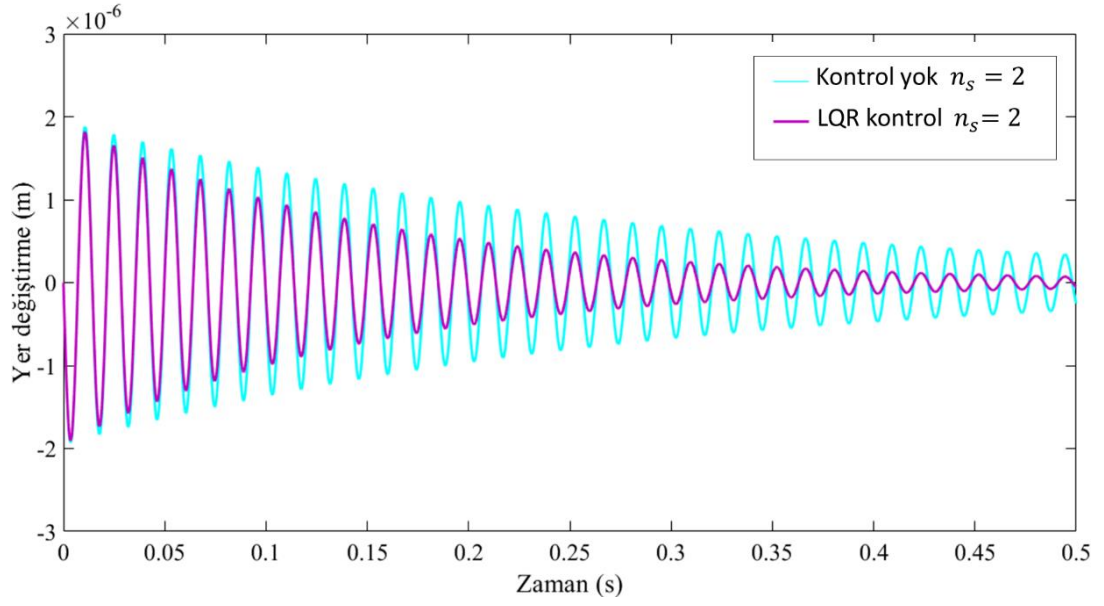


şekil 6.14.  $n_s = 0$  kuvvet yasağı indeksi için aktif titreşim kontrolü.

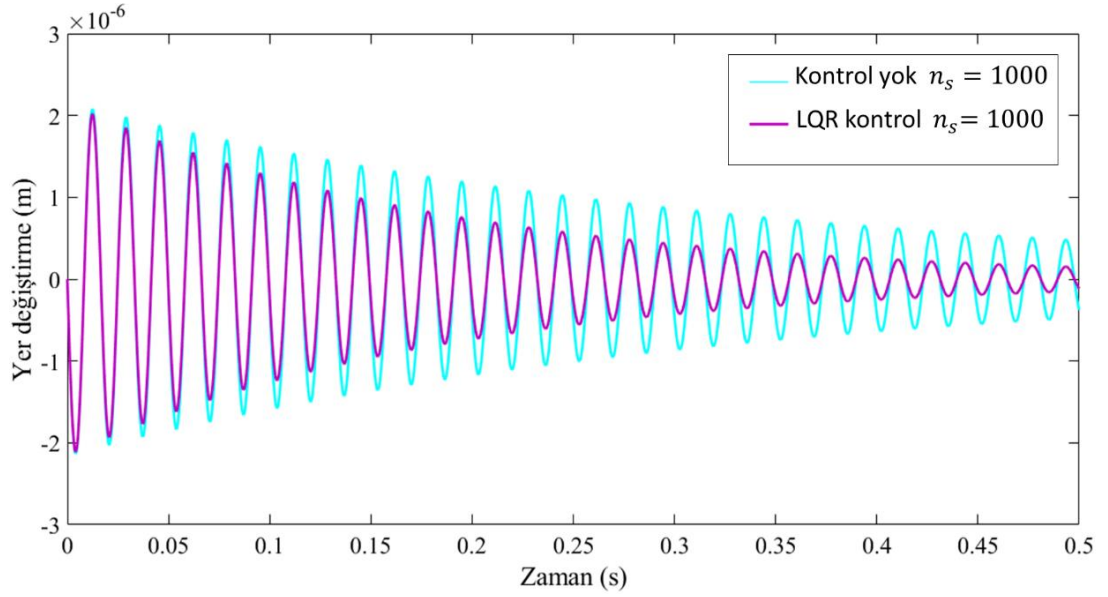


şekil 6.15.  $n_s = 0,5$  kuvvet yasağı indeksi için aktif titreşim kontrolü.



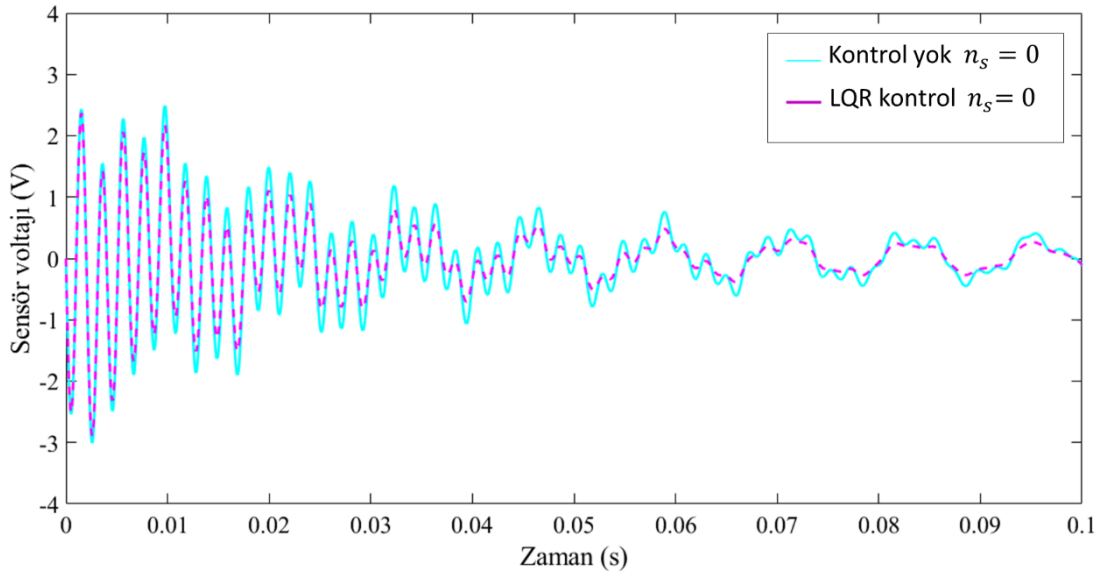


Şekil 6.16.  $n_s = 2$  kuvvet yasası indeksi için aktif titreşim kontrolü.

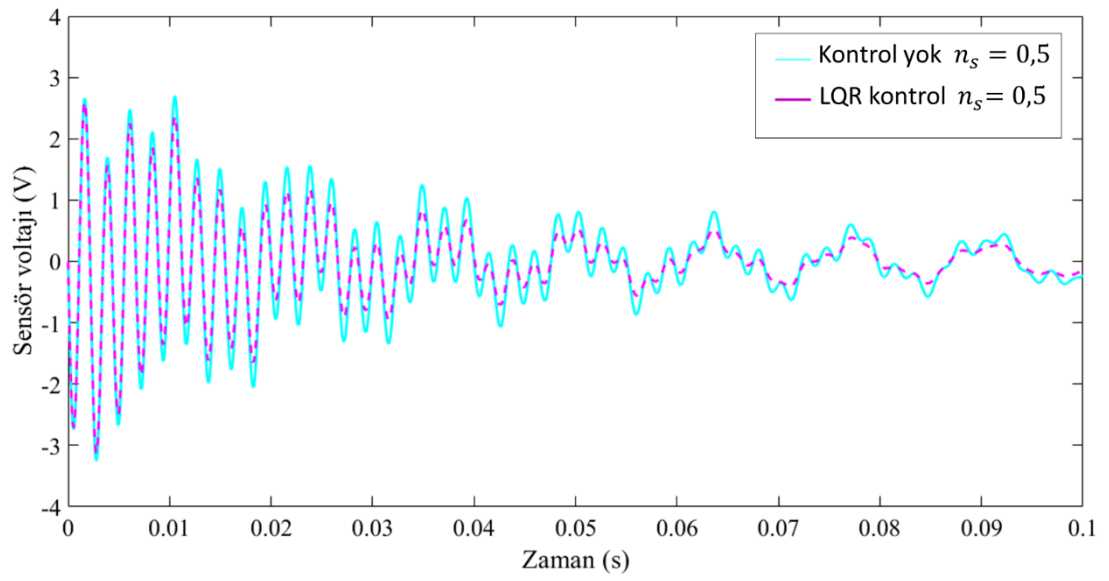


Şekil 6.17.  $n_s = 1000$  kuvvet yasası indeksi için aktif titreşim kontrolü.

Şekil 6.18 - Şekil 6.21 sistemin birim impuls yer değiştirme cevabına karşılık gelen sensör çıkış voltajını göstermektedir. Şekilden görüldüğü gibi, artan kuvvet yasası indeksi ile plaka direngenliğinin azalması sebebiyle sensör voltajı ve gerekli kontrol çabası artmıştır.

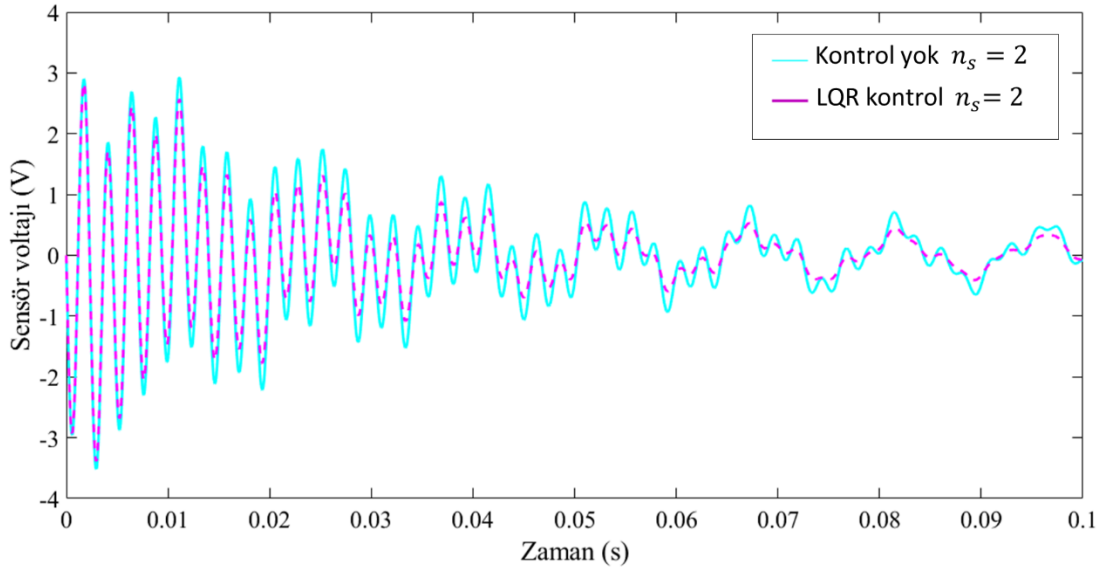


Şekil 6.18.  $n_s = 0$  kuvvet yasası indeksi için elde edilen sensör voltajı değerleri.

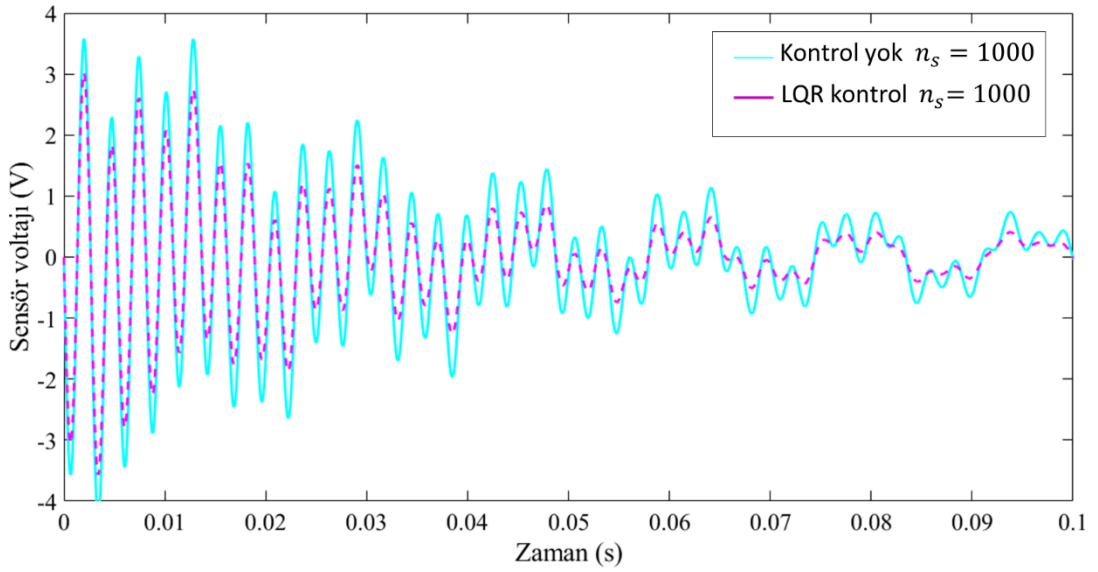


Şekil 6.19.  $n_s = 0,5$  kuvvet yasası indeksi için elde edilen sensör voltajı değerleri.



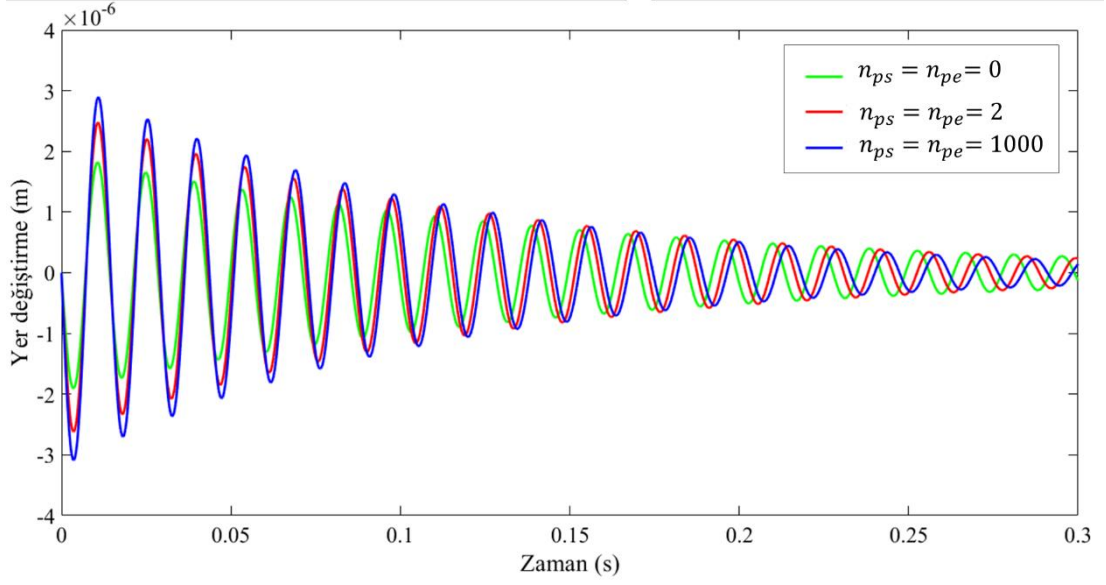


Şekil 6.20.  $n_s = 2$  kuvvet yasası indeksi için elde edilen sensör voltajı değerleri.



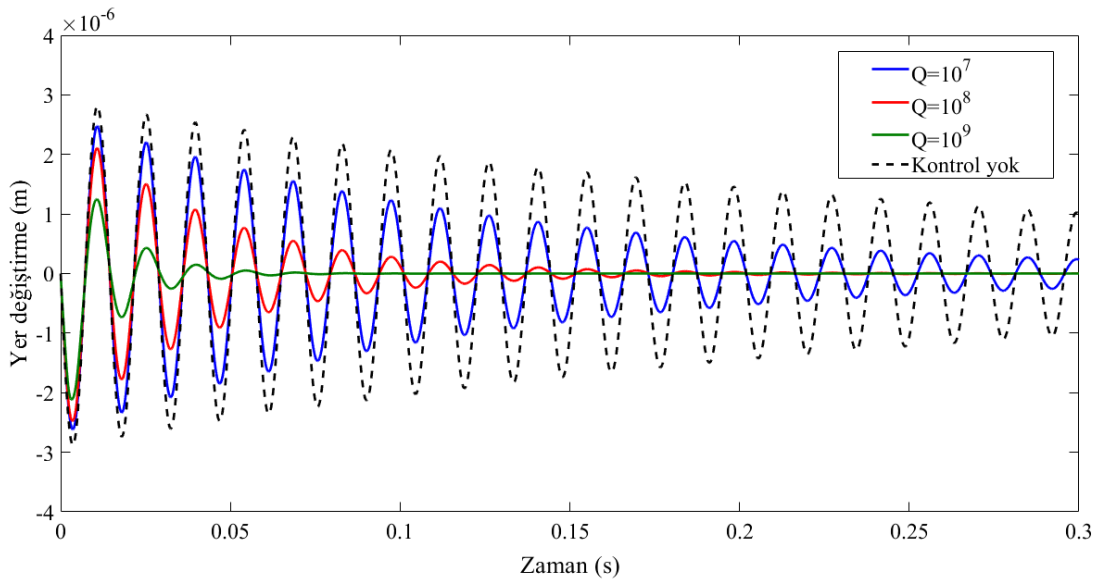
Şekil 6.21.  $n_s = 1000$  kuvvet yasası indeksi için elde edilen sensör voltajı değerleri.

Şekil 6.22'de üç farklı kuvvet yasası indeksinin ( $n_s = 2, n_{pe} = n_{ps} = 0, 2, 1000$ ) FDPM eyleyicinin kontrol performansına etkisi gösterilmiştir. Şekil incelendiğinde, artan kuvvet yasası indeksi ile plaka direngenliğinin azalmasına rağmen FDPM eyleyicinin PZT-5H oranının artması sebebiyle daha iyi kontrol performansı gösterdiği görülmektedir.



şekil 6.22. Eyleyici kontrol performansının kuvvet yasası indeksi ile değişimi.

şekil 6.23'te FDM plakanın üç farklı  $[Q]$  ağırlık parametresi için impuls cevabı gösterilmiştir. şekilden görüldüğü gibi  $[Q]$  ağırlık parametresinin artırılması ile titreşim genliğinin oturma zamanı önemli ölçüde azalmıştır.



şekil 6.23.  $[Q]$  ağırlık parametresinin LQR kontrolcünün kontrol performansına etkisi.

## BÖLÜM 7

### SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında, piezoelektrik sensör ve eyleyici entegre edilmiş kiriş ve plaka yapıların statik eğilme analizinin, dinamik analizinin, statik geometri kontrolünün ve aktif titreşim kontrolünün etkin bir şekilde yapılabileceği üç farklı sonlu elemanlar modeli sunulmuştur. İlk olarak, dördüncü bölümde tek girişli-tek çıkışlı bir sistem olarak ele alınan ankastre mesnetli bir kirişin sonlu elemanlar modeli Euler-Bernoulli kiriş teoremi kullanılarak oluşturulmuştur. Kirişin hareket denklemi Lagrange metodu kullanılarak elde edilmiştir. Titreşim kontrolünün yapılabilmesi için sistemin durum uzay modeli oluşturulmuştur. Aktif titreşim kontrolünde LQR kontrolcü kullanılmıştır. Sunulan metodun doğruluğunun ispat edilebilmesi için literatürdeki iki çalışma ile doğrulama çalışması yapılmıştır. Birinci doğrulama çalışmasında, dört farklı model için elde edilen doğal frekans değerleri karşılaştırılmıştır. Mevcut çalışma ve referans çalışma arasındaki birinci mod frekans değerleri hata oranının en büyük değeri %3,7 olarak ikinci mod frekans değerleri hata oranının en büyük değeri ise %0,98 olarak bulunmuştur. İkinci doğrulama çalışmasında piezoelektrik eyleyiciye dört farklı voltaj değeri (50 V, 100 V, 150 V, 200 V) uygulanmış ve kirişin serbest uç yer değiştirmesi elde edilmiştir. Referans çalışma ile maksimum %1,65 hata oranının olduğu tespit edilmiştir. Modelin doğruluğu ispatlandıktan sonra piezoelektrik sensör-eyleyici çifti kirişin farklı elemanlarına yerleştirilerek üç farklı model oluşturulmuş, sensör eyleyici çiftinin kiriş üzerindeki konumunun kontrol performansına etkisi incelenmiştir. Ayrıca her bir model için akıllı kirişin ilk üç doğal frekans değerleri elde edilmiştir. Piezoelektrik eyleyicilerin belirli bir çalışma voltaj aralığı olduğu için titreşim kontrolü çalışmasında gerekli eyleyici voltajının tespiti önemlidir. Bu sebeple kirişin aktif titreşim kontrolünde sistemin birim basamak cevabının yanı sıra gerekli eyleyici voltajı da elde edilmiştir. Elde edilen doğal frekans sonuçlarına göre sensör-eyleyici çiftinin konumu ankastre uçtan serbest uca doğru değiştirildiğinde doğal frekans değerleri düşmüş yani kirişin direngenliği azalmıştır. Aktif titreşim kontrolü

çalışmasında her üç model içinde aynı LQR ağırlık parametreleri kullanılarak oturma zamanı model 1 için 2,48 s, model 2 için 3,1 s ve model 3 için 3,86 s olarak bulunmuştur. Yani en iyi kontrol performansı model 1 ile sağlanırken en kötü kontrol performansı model 3 ile sağlanmıştır. Ayrıca gerekli eyleyici voltajı model 1 için 20,12 V, model 2 için 14,92 V ve model 3 için 12,30 V olarak bulunmuştur.

Beşinci bölümde, alt ve üst yüzeyine piezoelektrik sensör ve eyleyici yapıştırılmış izotropik bir plakanın altı farklı piezoelektrik sensör-eyleyici çifti ile statik eğilme analizi, dinamik analizi, statik geometri kontrolü ve aktif titreşim kontrolü yapılmıştır. Plakanın sonlu elemanlar modelinin oluşturulmasında Kirchhoff ince plaka teorisi ve piezoelektrik teori kullanılmıştır. Plakanın hareket denklemlerinin elde edilmesinde Hamilton yöntemi kullanılmıştır. Analiz çalışmalarından önce yakınsama analizi yapılarak kabul edilebilir ve tutarlı sonuçlar edilebilmesi için gerekli mesh boyutu tespit edilmiştir.

Plakanın statik eğilme analizinde üç örnek çalışma yapılmıştır. Birinci örnekte, CCCC sınır koşullarındaki plakaya  $F = 500 \text{ N/m}^2$  üniform dağılımlı yayılı yük uygulanmış, plakanın merkez çizgi yer değiştirmeleri kullanılan altı farklı piezoelektrik malzeme için elde edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre, minimum merkez çizgisi yer değiştirmeleri PZT-6B ile maksimum merkez çizgisi yer değiştirmeleri ise PZT-5H ile elde edilmiştir. Bunun sebebi PZT-6B'nin elastik sabitlerinin diğer piezoelektrik malzemelere göre daha büyük olması yani plakaya daha fazla direngenlik kazandırmasıdır. İkinci örnekte,  $V = 100 \text{ V}$  elektrik gerilimi uygulanan CFFF sınır koşullarındaki plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri altı farklı piezoelektrik malzeme için elde edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre maksimum merkez çizgisi yer değiştirmesi PZT-5H ile, minimum merkez çizgisi yer değiştirmesi ise PZT-6B ile elde edilmiştir. Bunun sebebi PZT-5H'in yüksek piezoelektrik gerilme katsayısına sahip olması ve artan piezoelektrik gerilme katsayısı ile eğme momentinin artmasıdır. Üçüncü örnekte ise, 500 N'luk noktasal kuvvet CFFF akıllı kirişin serbest ucundan uygulanmış, altı farklı piezoelektrik malzeme için piezoelektrik sensörden elde edilen sensör voltajı değerleri elde edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre en düşük voltaj değerleri PZT-6B ile, en yüksek voltaj değerleri ise PZT-7A ile elde edilmiştir. Bunun sebebi PZT-6B'nin piezoelektrik gerilme katsayısının dielektrik katsayısına oranının

düşük olması yani düşük voltaj katsayısına sahip olmasıdır. PZT-8 voltaj katsayısının PZT-5A'dan yüksek olmasına rağmen daha az voltaj değeri elde edilmiştir. Bunun sebebi Şekil 5.4'te de görüldüğü gibi PZT-8'in direngenliğinin PZT-5A'ya göre daha fazla olması yani şekil değiştirmesinin az olmasıdır. Bu piezoelektrik sensör ve eyleyici seçiminde hem elektriksel malzeme özelliklerinin hem de mekanik özelliklerin dikkate alınması gerektiğini açıkça göstermektedir. Genel olarak statik eğilme analizinden en iyi eyleyici performansının PZT-5H, en iyi sensör performansının PZT-7A ile sağlandığı sonucuna varılmıştır.

İzotropik plakanın statik geometri kontrolünde plaka önce 100 N/m<sup>2</sup> yük ile deforme edilmiş ardından, PZT-5A piezoelektrik eyleyicisine uygun eyleyici voltajı verilerek orijinal şekline dönmesi sağlanmıştır. Ayrıca şekilde 100 N/m<sup>2</sup> yayılı yük ile elde edilen deformasyonun eyleyiciye 340 V uygulanarak elde edilebileceği gösterilmiştir. Bu da bize piezoelektrik eyleyiciye uygulanabilecek voltaj sınırları dahilinde istenilen geometrinin elde edilebileceğini göstermektedir.

İzotropik plakanın dinamik analizi üç farklı sensör ve eyleyici çifti için (PZT-5H, PZT-6B, PZT-7A) üç farklı yük tipi (basamak, üçgen, sinüs) ile gerçekleştirilmiştir. Analiz çalışmaları iki farklı örnek üzerinden yürütülmüştür. Birinci örnekte, plakaya  $q = 500 \sin\left(\frac{n\pi x}{w_{pl}}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{l_{pl}}\right) F(t)$  mekanik yayılı yükü uygulanarak plakanın serbest uç yer değiştirmeleri elde edilmiş böylelikle sensör ve eyleyicinin plakanın dinamik davranışına etkisi incelenmiştir. Daha sonra yer değiştirmelere karşılık gelen sensör çıkış voltajı değerleri elde edilerek PZT-5H, PZT-6B ve PZT-7A'nın sensör performansları değerlendirilmiştir. Analiz çalışmalarına göre hem zorlanmış hem de serbest titreşim bölgesinde en düşük titreşim genliği iki PZT-6B piezoelektrik katman arasına sandviç edilmiş plakada oluşurken, en yüksek titreşim genliği PZT-5H ile oluşmaktadır. Bunun sebebi PZT-6B direngenliğinin PZT -5H ve PZT-7A'ya göre oldukça yüksek olmasıdır. Ayrıca piezoelektrik sensör ve eyleyicilerin mekanik özelliklerinin plakanın dinamik davranışına etkisinin oldukça büyük olduğu tespit edilmiştir. Sensörlerden elde edilen çıkış voltajı değerlerine göre en yüksek çıkış voltajı PZT-7A ile elde edilirken, en düşük çıkış voltajı PZT-6B ile elde edilmiştir. Analiz çalışmalarında zorlanmış titreşim bölgesi incelendiğinde, PZT-5H'nin titreşim

genlikleri daha fazla olmasına rağmen PZT-7A'nın yüksek voltaj katsayısı sayesinde daha fazla voltaj elde edildiği görülmektedir. Çizelge 5.1 ve Şekil 5.12 incelendiğinde PZT-7A'nın voltaj katsayısı PZT-6B'den 3,85 kat büyük olmasına rağmen, zorlanmış titreşim bölgesindeki voltaj değerleri arasındaki fark 4,9 kat çıkmaktadır. Bunun sebebi PZT-6B'nin yüksek direngenliğinin sensör voltajı değerlerini olumsuz etkilemesidir. Ayrıca, Şekil 5.12 incelendiğinde zorlanmış titreşim bölgesinde PZT-5H ile PZT-7A arasındaki yüksek voltaj farkı serbest titreşim bölgesinde oldukça azalmıştır. Bu azalmanın sebebi PZT-7A'nın direngenliğinin daha fazla olmasıdır. İkinci örnekte,  $q = 100 \sin\left(\frac{n\pi x}{w_{pl}}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{l_{pl}}\right) F(t)$  elektrik yükü etkisi altındaki CFFF sınır koşullarında bir akıllı plaka ele alınmıştır. Plakaya birinci örnekteki gibi basamak, üçgen ve sinüs biçimli olmak üzere üç farklı yük uygulanmış ve plakanın serbest uç yer değiştirmeleri elde edilerek PZT-5H, PZT-6B ve PZT-7A'nın eyleyici performansları değerlendirilmiştir. Analiz çalışmalarına göre en iyi eyleyici performansını PZT-5H gösterirken, en düşük eyleyici performansını PZT-6B göstermektedir. Bu fark PZT-5H'in yüksek piezoelektrik gerilme katsayısı sebebiyle oluşmaktadır.

İzotropik plakanın son olarak negatif hız geri besleme kontrolü ile aktif titreşim kontrolü yapılmıştır. Aktif titreşim kontrolü çalışmasında ilk olarak, 500 N noktasal mekanik yük CFFF sınır koşullarına sahip plakanın serbest ucundan uygulanmış ve plakanın yer değiştirme cevabı ile sensör voltaj cevabı iki farklı sensör eyleyici çifti (PZT-5H, PZT-7A) için elde edilmiştir. Daha sonra,  $G_i$  kontrol kazancının plakanın kontrol performansına etkisi PZT-5H sensör eyleyici çifti ile incelenmiştir. Analiz çalışmalarına göre aynı kontrol parametreleri ile PZT-5H'in titreşimleri PZT-7A'ya göre daha hızlı sönümlendiği ve  $G_i$  kontrol kazancı parametresinin oturma zamanını önemli ölçüde etkilediği tespit edilmiştir.

Altıncı bölümde, çok girişli-çok çıkışlı sistem olarak ele alınan iki FDPM sensör ve eyleyici arasına sandviç edilmiş FDM plakanın statik eğilme analizi, serbest titreşim analizi, dinamik analizi ve aktif titreşim kontrolü farklı kuvvet yasası indeksleri için yapılmıştır. Analiz çalışmasından önce plakanın yakınsama analizi ve doğrulama çalışması yapılmıştır. Doğrulama çalışması literatürde mevcut üç çalışma dikkate

alınarak yapılmıştır. Birinci doğrulama çalışmasında iki piezoelektrik katman arasına sandviç edilmiş FDM plakanın ilk üç doğal frekansı farklı kuvvet yasası indeksleri için CFFF ve SSSS sınır şartlarında elde edilmiştir. İkinci doğrulama çalışmasında,  $q = 10 \text{ kN/m}^2$  yayılı yük etkisi altındaki FDPM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri SSSS sınır koşullarında farklı kuvvet yasası indeksleri için elde edilmiştir. Üçüncü doğrulama çalışmasında ise, 10 V elektrik yükü etkisi altındaki FDM plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri farklı kuvvet yasası indeksleri için CFFF sınır koşullarında elde edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre sunulan yöntem sonuçları ile referans çalışma sonuçları yüksek benzerlik göstermiş ve yöntemin doğruluğu ispatlanmıştır.

Doğruluğu ispatlanan model FDM plakanın statik eğilme analizinde kullanılmıştır. Statik analiz çalışmasında üç farklı örnek sunulmuştur. Birinci örnekte CCCC sınır koşullarına sahip akıllı plakaya  $F = 1000 \text{ N/m}^2$  üniform dağılımlı yayılı yük uygulanmış, plakanın merkez çizgi yer değiştirmeleri farklı kuvvet yasası indeksleri için elde edilmiştir. Analiz çalışmalarına göre merkez çizgisi yer değiştirmelerinin  $n$  kuvvet yasası indeksinin artması ile arttığı tespit edilmiştir. Bu artışın nedeni, artan kuvvet yasası indeksi ile zirkonya ve PZT-4 dağılımının azalarak yapının direngenliğinin düşmesidir. İkinci örnekte,  $V = 200 \text{ V}$  elektrik gerilimi uygulanan CFFF akıllı plakanın merkez çizgisi yer değiştirmeleri beş farklı kuvvet yasası indeksi için elde edilmiştir. Kuvvet yasası indeksinin FDPM eyleyici performansına etkisini inceleyebilmek için, FDM plakanın ve FDPM sensörün kuvvet yasası indeksleri sabit alınırken, eyleyicininki 0 – 1000 aralığında artırılmıştır. Analiz sonuçlarına göre, merkez çizgisi yer değiştirmesi eyleyici kuvvet yasası indeksinin artması ile artmaktadır. Bu artışın sebebi PZT-5H'nin yüksek piezoelektrik gerilme katsayısına sahip olması ve artan kuvvet yasası indeksi ile PZT-5H oranının artmasıdır. Üçüncü örnekte ise, 1000 N'luk noktasal kuvvet CFFF akıllı kirişin serbest ucundan uygulanmış, çeşitli kuvvet yasası indeksleri için FDPM sensörden elde edilen sensör voltajı değerleri tespit edilmiştir. Kuvvet yasası indeksinin sensör performansı üzerindeki etkisini incelemek için, FDM plakanın ve FDPM eyleyicinin kuvvet yasası indeksleri sabit alınırken, FDPM sensörün kuvvet yasası indeksi 0– 50 aralığında artırılmıştır. Analiz çalışmalarına göre, artan kuvvet yasası indeksi ile PZT-5H hacim oranının arttığı ve PZT-5H'nin yüksek dielektrik katsayısı nedeniyle (düşük voltaj katsayısı) sensör çıkış voltajı değerinin azaldığı tespit edilmiştir.

FDM plakanın serbest titreşim analizinde ilk olarak, dört farklı sınır koşulu göz önünde bulundurularak (CCCC, SSSS, CFCF ve CSFS), plakanın ilk altı doğal frekansı beş farklı kuvvet yasası indeksi için elde edilmiştir. Analiz çalışmalarına göre, kuvvet yasası indeksinin artmasıyla doğal frekans değerlerinin azaldığı görülmüştür. Bu azalmasının sebebi kuvvet yasası indeksinin artması ile zirkonya ve PZT-4'ün hacim oranının azalarak plakanın direngenliğinin düşmesidir. Ayrıca sınır koşulları karşılaştırıldığında, basit mesnetli sınır koşullarının ankastre sınır koşullarına göre daha esnek olduğu belirlenmiştir. Daha sonra, CFFF plakanın ilk üç doğal frekansı üç farklı en boy oranı için ( $l/w = 0.5, 1, 2$ ) ANSYS sonlu elemanlar yazılımından elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Yapılan analiz çalışmalarına göre en-boy oranının artışı ile doğal frekans değerleri önemli ölçüde azaldığı tespit edilmiştir. Bu azalmasının sebebi, en-boy oranının artmasıyla plaka ataletinin azalmasıdır. Burada ayrıca mevcut modelden elde edilen sonuçlar ANSYS yazılımından elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmış sonuçların oldukça yakın olduğu görülmüştür.

FDM plakanın dinamik analizinde  $q = q_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)$  sinüzoidal yayılı yük etkisi altındaki CFFF sınır koşullarındaki bir akıllı plaka ele alınmıştır. İlk olarak beş farklı kuvvet yasası indeksi için sistemin zorlanmış ve serbest titreşim cevabı elde edilmiş daha sonra karşılık gelen sensör çıkış voltajı değerleri elde edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre, kuvvet yasası indeksinin artması ile titreşim genliklerinin arttığı tespit edilmiştir. Şekil 6.10 ve Şekil 6.11'den zorlanmış titreşim bölgesi incelendiğinde,  $n = 0$  için titreşim genlikleri daha az olmasına rağmen PZT-4'ün yüksek voltaj katsayısı sayesinde daha fazla voltaj elde edilmiştir. Serbest titreşim bölgesinde ise  $n = 0$  ve  $n = 2$  kuvvet yasası indeksleri için titreşim genlikleri arasındaki farkın fazla olmasına rağmen PZT-5H'ın artan hacim oranı sebebiyle sensör çıkış voltajlarının birbirine yakın olduğu görülmüştür.

FDM plakanın aktif titreşim kontrolünde sistem çok girişli-çok çıkışlı sistem olarak ele alınmıştır. Plakanın titreşim kontrolünde LQR kontrol algoritması kullanılmıştır. Plaka üzerine yerleştirilecek sensör-eyleyici çifti sayısı on olarak belirlenmiş ve maksimum şekil değiştirme enerjisi yöntemine göre sensör-eyleyici çiftlerinin plaka üzerindeki konumları belirlenmiştir. Aktif titreşim kontrolü çalışmasında ilk olarak, CFFF sınır koşullarına sahip FDM plakanın birim impuls yer değiştirme cevabı ve



sensör voltaj cevabı çeşitli kuvvet yasası indeksleri için elde edilmiştir. FDPM sensör ve eyleyicinin kuvvet yasası indeksi sabit tutulurken, FDM plakanınki 0-1000 aralığında artırılmıştır. Analiz çalışmalarına göre artan kuvvet yasası indeksi ile LQR kontrol performansı akıllı plakanın direngenliğinin düşüp titreşim genliklerinin artması sebebiyle azalmıştır. Daha sonra, kuvvet yasası indeksinin FDPM eyleyicinin kontrol performansına etkisini inceleyebilmek için FDM plakanın kuvvet yasası indeksi sabit tutulurken FDPM eyleyicinin kuvvet yasası indeksi 0-1000 aralığında artırılmıştır. Analiz çalışmalarına göre, artan kuvvet yasası indeksi ile plaka direngenliğinin azalmasına rağmen FDPM eyleyicinin PZT-5H oranının artması ile daha iyi kontrol performansı gösterdiği tespit edilmiştir. Son olarak, LQR ağırlık matrisi parametresi  $[Q]$ 'nin FDM plakanın kontrol performansına etkisi üç farklı ağırlık matrisi parametresi ile incelenmiştir. Analiz sonuçlarına göre,  $[Q]$  ağırlık parametresinin artırılması ile titreşim genliğinin oturma zamanının önemli ölçüde azaldığı tespit edilmiştir.

## KAYNAKLAR

1. Kelly, S. G., "Fundamentals of Mechanical Vibrations 2<sup>nd</sup> ed.", **McGraw-Hill**, Singapore, (1999).
2. Wagg, D. and Neild, S., "Nonlinear Vibration with Control: For Flexible and Adaptive Structures 2<sup>nd</sup> ed. ", **Springer**, Cham, 1–5 (2010).
3. Jalili, N., "Piezoelectric-Based Vibration Control: From Macro to Micro/Nano Scale Systems", **Springer**, New York, 1–517 (2010).
4. Bhalla S., Moharana S. and Talakokula V, K. N., "Piezoelectric Materials: Applications in SHM, Energy Harvesting and Biomechanics", **John Wiley & Sons**, London, 1–275 (2017).
5. Curie, J. and Curie, P., "Développement par compression de l'électricité polaire dans les cristaux hémiedres à faces inclinées", **C. R. Acad. Sci.**, 294–295 (1880).
6. Sharma, P., "Vibration Analysis of Functionally Graded Piezoelectric Actuators", **Springer**, New York, 1–19 (2019).
7. Lippmann, G., "Principe de la conservation de l'électricité ou second principe de la théorie des phénomènes électriques.", **Annales De Chimie Et De Physique**, 24: 145–177 (1881).
8. Erhart, J., Pulpán, P. and Pustka, M., "Piezoelectric Ceramic Resonators", **Springer**, Cham, Switzerland, 1–27 (2017).
9. Sirohi, J. and Chopra, I., "Fundamental understanding of piezoelectric strain sensors", **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, 11 (4): 246–257 (2000).
10. Qin, Q. H., "Advanced Mechanics of Piezoelectricity", Advanced Mechanics of Piezoelectricity, **Springer-Verlag**, Berlin, 1–332 (2013).
11. Dahiya, R. S. and Valle, M., "Robotic Tactile Sensing: Technologies and System", **Springer**, Netherlands, 195–245 (2013).
12. Rupitsch, S. J., "Piezoelectric Sensors and Actuators", **Springer**, Berlin, 43–53 (2019).
13. "IEEE Standard on Piezoelectricity", **Standard ANSI/IEEE Std 176-1987**, (1988).

14. Moheimani, S. O. and Fleming, J. A., "Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping", *Springer*, London, 1–25 (2006).
15. Chattaraj, N. and Ganguli, R., "Electromechanical analysis of piezoelectric bimorph actuator in static state considering the nonlinearity at high electric field", *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 23 (7): 802–810 (2016).
16. Wang, Q. M., Du, X. H., Xu, B. and Cross, L. E., "Theoretical analysis of the sensor effect of cantilever piezoelectric benders", *Journal of Applied Physics*, 85 (3): 1702–1712 (1999).
17. Chi, S. H. and Chung, Y.-L., "Cracking in sigmoid functionally graded coating", *Journal of Mechanics*, 18: 41–53 (2002).
18. Kim, S. J. and Jones, J. D., "Optimal design of piezoactuators for active noise and vibration control", *AIAA Journal*, 29 (12): 2047–2053 (1991).
19. Cunningham, M. J., Jenkins, D. F. L. and Bakush, M. M., "Experimental investigation of optimum thickness of a piezoelectric element for cantilever actuation", *IEE Proceedings: Science, Measurement and Technology*, 144 (1): 45–48 (1997).
20. DeVoe, D. L. and Pisano, A. P., "Modeling and optimal design of piezoelectric cantilever microactuators", *Journal of Microelectromechanical Systems*, 6 (3): 266–270 (1997).
21. Wang, Q. M., Zhang, Q., Xu, B., Liu, R. and Cross, L. E., "Nonlinear piezoelectric behavior of ceramic bending mode actuators under strong electric fields", *Journal of Applied Physics*, 86 (6): 3352–3360 (1999).
22. Wang, Q. M., Du, X. H., Xu, B. and Eric Cross, L., "Electromechanical coupling and output efficiency of piezoelectric bending actuators", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 46 (3): 638–646 (1999).
23. Huang, C., Lin, Y. Y. and Tang, T. A., "Study on the tip-deflection of a piezoelectric bimorph cantilever in the static state", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 14 (4): 530–534 (2004).
24. Bailey, T. L., "Distributed-parameter vibration control of a cantilever beam using a distributed-parameter actuator", Master Thesis, *Massachusetts Institute of Technology*, USA, (1984).
25. Bailey, T. and Ubbard, J. E., "Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 8 (5): 605–611 (1985).

26. Crawley, E. F. and De Luis, J., "Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures", *AIAA Journal*, 25 (10): 1373–1385 (1987).
27. Gerhold, C. H. and Rocha, R., "Active control of flexural vibrations in beams", *Journal of Aerospace Engineering*, 2 (3): 141–154 (1989).
28. Im, S. and Atluri, S. N., "Effects of a piezo-actuator on a finitely deformed beam subjected to general loading", *AIAA Journal*, 27 (12): 1801–1807 (1989).
29. Crawley, E. F. and Anderson, E. H., "Detailed models of piezoceramic actuation of beams", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1 (1): 4–25 (1990).
30. Fanson, J. L. and Caughey, T. K., "Positive position feedback control for large space structures", *AIAA Journal*, 28 (4): 717–724 (1990).
31. Clark, R. L., Fuller, C. R. and Wicks, A., "Characterization of multiple piezoelectric actuators for structural excitation", *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90 (1): 346–357 (1991).
32. Dimitriadis, E. K., Fuller, C. R. and Rogers, C. A., "Piezoelectric actuators for distributed vibration excitation of thin plates", *Journal of Vibration and Acoustics*, 113 (1): 100–107 (1991).
33. Newman, S., "Active damping control of a flexible space structure using piezoelectric sensors and actuators", Master Thesis, *Naval Postgraduate School*, USA, (1992).
34. Ha, S. K., Keilers, C. and Chang, F.-K., "Finite element analysis of composite structures containing distributed piezoceramic sensors and actuators", *AIAA Journal*, 30 (3): 772–780 (1992).
35. Hwang, W. S. and Park, H. C., "Finite element modeling of piezoelectric sensors and actuators", *AIAA Journal*, 31 (5): 930–937 (1993).
36. Lim, Y.-H., Varadan, V. V. and Varadan, V. K., "Closed loop finite element modeling of active structural damping in the frequency domain", *Smart Materials and Structures*, 6 (2): 161–168 (1997).
37. Manning, W. J., Plummer, A. R. and Levesley, M. C., "Vibration control of a flexible beam with integrated actuators and sensors", *Smart Materials and Structures*, 9 (6): 932–939 (2000).
38. Halim, D. and Moheimani, S. O. R., "Experimental implementation of spatial  $H_{\infty}$  control on a piezoelectric-laminate beam", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 7 (3): 346–356 (2002).
39. Singh, S. P., Pruthi, H. S. and Agarwal, V. P., "Efficient modal control strategies for active control of vibrations", *Journal of Sound And Vibration*, 262 (3):

563–575 (2003).

40. Moita, J. M. S., Correia, I. F. P., Soares, C. M. M. and Soares, C. A. M., "Active control of adaptive laminated structures with bonded piezoelectric sensors and actuators", *Computers and Structures*, 82 (17–19): 1349–1358 (2004).
41. Fei, J., "Active vibration control of flexible steel cantilever beam using piezoelectric actuators", *Proceedings of the Annual Southeastern Symposium on System Theory*, 37 (1): 35–39 (2005).
42. Vasques, C. M. A. and Dias Rodrigues, J., "Active vibration control of smart piezoelectric beams: Comparison of classical and optimal feedback control strategies", *Computers and Structures*, 84 (22–23): 1402–1414 (2006).
43. Lin, J. and Liu, W. Z., "Experimental evaluation of a piezoelectric vibration absorber using a simplified fuzzy controller in a cantilever beam", *Journal of Sound and Vibration*, 296 (3): 567–582 (2006).
44. Sharma, M., Singh, S. P., and Sachdeva, B. L., "Modal control of a plate using a fuzzy logic controller", *Smart Materials and Structures*, 16 (4): 1331–1341 (2007).
45. Kwak, M. K., Heo, S. and Jeong, M., "Dynamic modelling and active vibration controller design for a cylindrical shell equipped with piezoelectric sensors and actuators", *Journal of Sound and Vibration*, 321 (3–5): 510–524 (2009).
46. Nima Mahmoodi, S., Ahmadian, M. and Inman, D. J., "Adaptive modified positive position feedback for active vibration control of structures", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 21 (6): 571–580 (2010).
47. Omid, E. and Mahmoodi, S. N., "Vibration control of collocated smart structures using  $H_\infty$  modified positive position and velocity feedback", *Journal of Vibration and Control*, 22 (10): 2434–2442 (2014).
48. Kapuria, S. and Yaqoob Yasin, M., "Active vibration control of piezoelectric laminated beams with electroded actuators and sensors using an efficient finite element involving an electric node", *Smart Materials and Structures*, 19 (4): (2010).
49. Qiu, Z. and Ling, D., "Finite element modeling and robust vibration control of two-hinged plate using bonded piezoelectric sensors and actuators", *Acta Mechanica Sinica*, 27 (2): 146–161 (2014).
50. Wu, D., Huang, L., Pan, B., Wang, Y. and Wu, S., "Experimental study and numerical simulation of active vibration control of a highly flexible beam using piezoelectric intelligent material", *Aerospace Science and Technology*, 37: 10–19 (2014).
51. Washist, S. K. and Chhabra, D., "Optimal placement of piezoelectric actuators

- on plate structures for active vibration control using genetic algorithm", *Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems*, 9057: 71 (2014).
52. Zhang, S., Schmidt, R. and Qin, X., "Active vibration control of piezoelectric bonded smart structures using PID algorithm", *Chinese Journal of Aeronautics*, 28 (1): 305–313 (2015).
  53. Abdeljaber, O., Avci, O. and Inman, D. J., "Active vibration control of flexible cantilever plates using piezoelectric materials and artificial neural networks", *Journal of Sound and Vibration*, 363: 33–53 (2016).
  54. E. Eshraqi, M. and Shahravi, M. A., "Consideration of spillover effect in active vibration suppression of a smart composite plate using piezoelectric elements", *Latin American Journal of Solids and Structures*, 13 (14): 2643–2656 (2016).
  55. Yassin, B., Lahcen, A. and Zeriab, E. S. M., "Hybrid optimization procedure applied to optimal location finding for piezoelectric actuators and sensors for active vibration control", *Applied Mathematical Modelling*, 62: 701–716 (2018).
  56. Liu, X., Cai, G., Peng, F., and Zhang, H., "Piezoelectric actuator placement optimization and active vibration control of a membrane structure", *Acta Mechanica Sinica*, 31 (1): 66–79 (2018).
  57. Cao, X., Tanner, G. and Chronopoulos, D., "Active vibration control of thin constrained composite damping plates with double piezoelectric layers", *Wave Motion*, 92: 102423 (2020).
  58. Aktas, K. G. and Esen, I., "State-space modeling and active vibration control of smart flexible cantilever beam with the use of finite element method", *Engineering, Technology & Applied Science Research*, 10 (6): 6549–6556 (2020).
  59. Tian, J., Guo, Q. and Shi, G., "Laminated piezoelectric beam element for dynamic analysis of piezolaminated smart beams and GA-based LQR active vibration control", *Composite Structures*, 252: 112480 (2020).
  60. Karami, M., Vatankhah, R. and Khosravifard, A., "A modified fuzzy-tuned artificial bee algorithm to optimal location of piezoelectric actuators and sensors for active vibration control of isotropic rectangular plates", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences And Engineering*, 43 (2): 1–11 (2021).
  61. Bodaghi, M., Damanpack, A. R., Aghdam, M. M. and Shakeri, M., "Geometrically non-linear transient thermo-elastic response of FG beams integrated with a pair of FG piezoelectric sensors", *Composite Structures*, 107: 48–59 (2014).

62. Zhu, X. and Meng, Z., "Operational principle, fabrication and displacement characteristics of a functionally gradient piezoelectric ceramic actuator", *Sensors and Actuators: A. Physical*, 48 (3): 169–176 (1995).
63. Takagi, K., Li, J. F., Yokoyama, S. and Watanabe, R., "Fabrication and evaluation of PZT/Pt piezoelectric composites and functionally graded actuators", *Journal of the European Ceramic Society*, 23 (10): 1577–1583 (2003).
64. Liew, K. M., Yang, J. and Kitipornchai, S., "Postbuckling of piezoelectric FGM plates subject to thermo-electro-mechanical loading", *International Journal of Solids and Structures*, 40 (15): 3869–3892 (2003).
65. Chen, X. L., Zhao, Z. Y. and Liew, K. M., "Stability of piezoelectric FGM rectangular plates subjected to non-uniformly distributed load, heat and voltage", *Advances in Engineering Software*, 39 (2): 121–131 (2008).
66. Barati, M. R., Sadr, M. H. and Zenkour, A. M., "Buckling analysis of higher order graded smart piezoelectric plates with porosities resting on elastic foundation", *International Journal of Mechanical Sciences*, 117: 309–320 (2016).
67. Taya, M., Almajid, A. A., Dunn, M. and Takahashi, H., "Design of bimorph piezo-composite actuators with functionally graded microstructure", *Sensors and Actuators, A: Physical*, 107 (3): 248–260 (2003).
68. Lee, H. J., "Layerwise laminate analysis of functionally graded piezoelectric bimorph beams", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 16 (4): 365–371 (2005).
69. Huang, X. L. and Shen, H. S., "Vibration and dynamic response of functionally graded plates with piezoelectric actuators in thermal environments", *Journal of Sound and Vibration*, 289 (1–2): 25–53 (2006).
70. Yang, J. and Xiang, H. J., "Thermo-electro-mechanical characteristics of functionally graded piezoelectric actuators", *Smart Materials and Structures*, 16 (3): 784–797 (2007).
71. Brischetto, S. and Carrera, E., "Refined 2D models for the analysis of functionally graded piezoelectric plates", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 20 (15): 1783–1797 (2009).
72. Behjat, B., Salehi, M., Armin, A., Sadighi, M. and Abbasi, M., "Static and dynamic analysis of functionally graded piezoelectric plates under mechanical and electrical loading", *Scientia Iranica*, 18 (4): 986–994 (2011).
73. Askari Farsangi, M. A. and Saidi, A. R., "Levy type solution for free vibration analysis of functionally graded rectangular plates with piezoelectric layers",

*Smart Materials and Structures*, 21 (9): 094017 (2012).

74. Ebrahimi, F., "Analytical investigation on vibrations and dynamic response of functionally graded plate integrated with piezoelectric layers in thermal environment", *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 20 (10): 854–870 (2013).
75. Komijani, M., Kiani, Y. and Eslami, M. R., "Non-linear thermoelectrical stability analysis of functionally graded piezoelectric material beams", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 24 (4): 399–410 (2012).
76. Nourmohammadi, H. and Behjat, B., "Design criteria for functionally graded piezoelectric plates under thermo-electro-mechanical loadings", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 27 (16): 2249–2260 (2016).
77. Mohammadzadeh-Keleshteri, M., Asadi, H. and Aghdam, M. M., "Geometrical nonlinear free vibration responses of FG-CNT reinforced composite annular sector plates integrated with piezoelectric layers", *Composite Structures*, 171: 100–112 (2017).
78. Ebrahimi, F. and Barati, M. R., "Vibration analysis of piezoelectrically actuated curved nanosize FG beams via a nonlocal strain-electric field gradient theory", *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 25 (4): 350–359 (2018).
79. Barati, M. R. and Zenkour, A. M., "Electro-thermoelastic vibration of plates made of porous functionally graded piezoelectric materials under various boundary conditions", *Journal of Vibration and Control*, 24 (10): 1910–1926 (2018).
80. Su, Z., Jin, G., and Ye, T., "Electro-mechanical vibration characteristics of functionally graded piezoelectric plates with general boundary conditions", *International Journal of Mechanical Sciences*, 138–139: 42–53 (2018).
81. Kumar, P. and Harsha, S. P., "Modal analysis of functionally graded piezoelectric material plates", *Materials Today: Proceedings*, 28: 1481–1486 (2020).
82. Chan, D. Q., Van Thanh, N., Khoa, N. D. and Duc, N. D., "Nonlinear dynamic analysis of piezoelectric functionally graded porous truncated conical panel in thermal environments", *Thin-Walled Structures*, 154: 106837 (2020).
83. He, X. Q., Ng, T. Y., Sivashanker, S. and Liew, K. M., "Active control of FGM plates with integrated piezoelectric sensors and actuators", *International Journal of Solids and Structures*, 38 (9): 1641–1655 (2001).
84. Sheng, G. G. and Wang, X., "Active control of functionally graded laminated cylindrical shells", *Composite Structures*, 90 (4): 448–457 (2009).
85. Zheng, S. J., Dai, F. and Song, Z., "Active control of piezothermoelastic FGM



- shells using integrated piezoelectric sensor/actuator layers", *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 30 (1–2): 107–124 (2009).
86. Yiqi, M. and Yiming, F., "Nonlinear dynamic response and active vibration control for piezoelectric functionally graded plate", *Journal of Sound and Vibration*, 329 (11): 2015–2028 (2010).
  87. Fakhari, V. and Ohadi, A., "Nonlinear vibration control of functionally graded plate with piezoelectric layers in thermal environment", *JVC/Journal of Vibration and Control*, 17 (3): 449–469 (2011).
  88. Kiani, Y., Sadighi, M. and Eslami, M. R., "Dynamic analysis and active control of smart doubly curved FGM panels", *Composite Structures*, 102: 205–216 (2013).
  89. Nguyen-Quang, K., Dang-Trung, H., Ho-Huu, V., Luong-Van, H. and Nguyen-Thoi, T., "Analysis and control of FGM plates integrated with piezoelectric sensors and actuators using cell-based smoothed discrete shear gap method (CS-DSG3)", *Composite Structures*, 165: 115–129 (2017).
  90. Nguyen, N. V., Lee, J. and Nguyen-Xuan, H., "Active vibration control of GPLs-reinforced FG metal foam plates with piezoelectric sensor and actuator layers", *Composites Part B: Engineering*, 172 (April): 769–784 (2019).
  91. Bodaghi, M., Damanpack, A. R., Aghdam, M. M. and Shakeri, M., "Non-linear active control of FG beams in thermal environments subjected to blast loads with integrated FGP sensor/actuator layers", *Composite Structures*, 94 (12): 3612–3623 (2012).
  92. Sharma, A., Kumar, A., Kumar, R., Vaish, R. and Chauhan, V. S., "Finite element analysis on active vibration control using lead zirconate titanate-Pt-based functionally graded piezoelectric material", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 27 (4): 490–499 (2016).
  93. Susheel, C. K., Kumar, R. and Chauhan, V. S., "Active shape and vibration control of functionally graded thin plate using functionally graded piezoelectric material", *Journal of Intelligent Material Systems And Structures*, 28 (13): 1789–1802 (2017).
  94. Maruani, J., Bruant, I., Pablo, F. and Gallimard, L., "Active vibration control of a smart functionally graded piezoelectric material plate using an adaptive fuzzy controller strategy", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 30 (14): 2065–2078 (2019).
  95. Phuc, P. M. and Kim Khue, N. T., "New finite modeling of free and forced vibration responses of piezoelectric fg plates resting on elastic foundations in thermal environments", *Shock and Vibration*, 2021: 1–18 (2021).

96. Rao, S. S., "Vibration of Continuous Systems", *John Wiley & Sons*, Hoboken, New Jersey, 317–392 (2007).
97. Kabe, A. M. and Sako, B. H., "Structural Dynamics Fundamentals and Advanced Applications: Vibration of Continuous Systems", *Academic Press*, London, 749–945 (2020).
98. Bottega, W. J., "Engineering Vibrations 2<sup>nd</sup> ed.", *CRC Press*, Boca Raton, FL, (2006).
99. Beer, F. P., Johnston, E. R., DeWolf, J. T. and Mazurek, D. F., "Mechanics of Materials 6<sup>th</sup> ed.", *McGraw-Hill*, New York, (2012).
100. Gryzagoridis, J., Oliver, G. and Findeis, D., "On the equivalent flexural rigidity of sandwich composite panels", *Insight*, 57 (3): 140–143 (2015).
101. Bandyopadhyay, B., Manjunath, T. and Umopathy, M., "Modeling, Control and Implementation of Smart Structures: A FEM-State Space Approach", *Springer*, Berlin, (2007).
102. Chopra, A. K., "Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering 5<sup>th</sup> ed.", *Prentice Hall*, Englewood Cliffs, New Jersey, (2017).
103. Inman, D. J., "Vibration with Control 2<sup>nd</sup> ed.", *John Wiley & Sons Inc.*, Chichester, West Sussex, UK, (2017).
104. Bryson, A. E. and Ho, Y. C., "Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, And Control", *Hemisphere Publishing Corporation*, Washington, USA, (1975).
105. Chen, S. H., Wang, Z. D. and Liu, X. H., "Active vibration control and suppression for intelligent structures", *Journal of Sound and Vibration*, 200 (2): 167–177 (1997).
106. Szilard, R., "Theories And Applications Of Plate Analysis: Classical Numerical And Engineering Methods", *John Wiley & Sons*, Hoboken, New Jersey, 5–35 (2004).
107. Reddy, J. N., "Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells", 2nd ed. Ed., *CRC Press*, Boca Raton, 95–97 (2007).
108. Reddy, J. N., "On laminated composite plates with integrated sensors and actuators", *Engineering Structures*, 21 (7): 568–593 (1999).
109. De Abreu, G. L. C. M., Ribeiro, J. F. and Steffen, V., "Finite element modeling of a plate with localized piezoelectric sensors and actuators", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 26 (2): 117–128 (2004).

110. Koç, M. A., Esen, I. and Çay, Y., "Tip deflection determination of a barrel for the effect of an accelerating projectile before firing using finite element and artificial neural network combined algorithm", *Latin American Journal of Solids and Structures*, 13 (10): 1968–1995 (2016).
111. Carrera, E., Fazzolari, F. A. and Cinefra, M., "Thermal Stress Analysis of Beams, Plates and Shells: Fundamental of mechanics of beams, plates and shells", *Academic Press*, Oxford, 91–116 (2017).
112. Periasamy, R., "Shape Control of Composite Structures with Optimally Placed Piezoelectric Patches", Master Thesis, *University of Waterloo*, Canada, (2008).
113. Amini, Y., Emdad, H. and Farid, M., "Finite element modeling of functionally graded piezoelectric harvesters", *Composite Structures*, 129: 165–176 (2015).
114. Tran, V. K., Tran, T. T., Phung, M. Van, Pham, Q. H. and Nguyen-Thoi, T., "A Finite Element Formulation and Nonlocal Theory for the Static and Free Vibration Analysis of the Sandwich Functionally Graded Nanoplates Resting on Elastic Foundation", *Journal of Nanomaterials*, 2020: (2020).
115. Alieldin, S. S., Alshorbagy, A. E. and Shaat, M., "A first-order shear deformation finite element model for elastostatic analysis of laminated composite plates and the equivalent functionally graded plates", *Ain Shams Engineering Journal*, 2 (1): 53–62 (2011).
116. Nourmohammadi, H. and Behjat, B., "Design criteria for functionally graded piezoelectric plates under thermo-electro-mechanical loadings", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 27 (16): 2249–2260 (2016).
117. Kumar, K. R. and Narayanan, S., "The optimal location of piezoelectric actuators and sensors for vibration control of plates", *Smart Materials and Structures*, 16 (6): 2680–2691 (2007).

**EK AÇIKLAMALAR A.**

**[ Y ]<sub>16x16</sub> MATRİSİ**



## ÖZGEÇMİŞ

Kerim Gökhan AKTAŞ ilk ve orta öğrenimini Nevşehir’de tamamladı. 2007 yılında Nevşehir Anadolu Öğretmen Lise’sinden mezun oldu. 2008 yılında Konya Selçuk Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü’nde öğrenime başlayıp 2012 yılında mezun oldu. 2013 yılında Karabük Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü Makine Teorisi ve Dinamiği Anabilim Dalı’nda Araştırma görevlisi olarak göreve başladı. 2014 yılında başlamış olduğu Yüksek Lisans Eğitimini 2016 yılında Karabük Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı’nda tamamladı. 2016 yılında Karabük Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı’nda doktora eğitimine başladı.