



**MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ ÖĞRENCİLERİNİN  
TEMEL ANALİZ KONULARINDAKİ KAVRAMSAL  
VE İŞLEMSEL BİLGİ DÜZEYLERİNİN  
BELİRLENMESİ**

**2023  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MATEMATİK ANABİLİM DALI**

**Aya ALEBO**

**Tez Danışmanı  
Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem İNCİ KUZU**

**MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ ÖĞRENCİLERİNİN TEMEL ANALİZ  
KONULARINDAKİ KAVRAMSAL VE İŞLEMSEL BİLGİ DÜZEYLERİNİN  
BELİRLENMESİ**

**Aya ALEBO**

**Tez Danışmanı**

**Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem İNCİ KUZU**

**T.C.**

**Karabük Üniversitesi**

**Lisansüstü Eğitim Enstitüsü**

**Matematik Anabilim Dalında**

**Yüksek Lisans Tezi**

**Olarak Hazırlanmıştır**

**KARABÜK**

**Şubat 2023**

AYA TAHSEEN MARAI ALEBO tarafından hazırlanan “MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ ÖĞRENCİLERİNİN TEMEL ANALİZ KONULARINDAKİ KAVRAMSAL VE İŞLEMSEL BİLGİ DÜZEYLERİNİN BELİRLENMESİ “başlıklı bu tezin yüksek lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylıyorum.

Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem İNCİ KUZU .....  
Tez Danışmanı, Matematik Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından Oy Birliği ile Matematik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir. 10.02.2023

Ünvanı, Adı SOYADI (Kurumu) İmzası

Başkan : Dr. Öğr. Üyesi Hakan BOSTANCI (KBÜ) .....

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem İNCİ KUZU (KBÜ) .....

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Halil ZEHİR (AİÇÜ) .....

KBÜ Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yönetim Kurulu, bu tez ile, Yüksek Lisans derecesini onaylamıştır.

Prof. Dr. Müslüm KUZU .....  
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

*“Bu tezdeki tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde ettiğimi ve sunduğumu; ayrıca bu kuralların ve ilkelerin gerektirdiği şekilde, bu çalışmadan kaynaklanmayan bütün atıfları yaptığımı beyan ederim.”*

Aya ALEBO

## ÖZET

**Yüksek Lisans Tezi**

### **MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ ÖĞRENCİLERİNİN TEMEL ANALİZ KONULARINDAKİ KAVRAMSAL VE İŞLEMSEL BİLGİ DÜZEYLERİNİN BELİRLENMESİ**

**Aya ALEBO**

**Karabük Üniversitesi  
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü  
Matematik Anabilim Dalı**

**Tez Danışmanı:**

**Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem İNCİ KUZU**

**Şubat 2023, 86 Sayfa**

Bu araştırmada, mühendislik fakültesi öğrencilerinin limit, süreklilik, türev ve integral konularındaki kavramsal, işlemsel-bilgi düzeyleri ve yaptıkları hatalar incelenmiştir. Araştırmanın odak noktası, öğrencilerin kavramlarla ilgili soruları çözmelerinden daha çok öğrencileri çözüme götüren süreçtir. Çalışmanın katılımcılarını, Karabük Üniversitesi Mühendislik Fakültesi'nin bilgisayar, makine ve elektronik mühendisliği bölümlerinde öğrenim görmekte olan 50 ikinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmadaki veriler, mühendislik fakültesi öğrencilerine uygulanan, 11 soruluk yazılı sınavdan elde edilmiştir. Veri toplama aracı, mühendislik fakültesinde okutulan genel matematik ders içeriğinde yer alan temel analiz konularında edindikleri temel bilgilerden yola çıkılarak hazırlanmıştır. Araştırma bulguları, öğrencilerin limit, süreklilik, türev ve integral kavramları ile ilgili yeterli düzeyde bilgiye sahip olmadıklarını ve kavramların tanımlarına tam anlamıyla hâkim olmadıklarını göstermiştir. Bunun sonucu olarakta öğrencilerin limit, süreklilik, türev ve integral kavramları arasındaki ilişkileri yorumlamaya

alışırken zorlandıkları ve bu ilişkiler hakkında derinlemesine bilgiye sahip olmadıkları belirlenmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Limit, Süreklilik, Türev, İntegral, Mühendislik Fakültesi Öğrencileri

**Bilim Kodu:** 20406

## **ABSTRACT**

**M. Sc. Thesis**

### **DETERMINATION OF THE CONCEPTUAL AND PROCEDAL KNOWLEDGE LEVELS OF ENGINEERING FACULTY STUDENTS ON BASIC ANALYSIS TOPICS**

**Aya ALEBO**

**Karabük University  
Institute of Graduate Programs  
Department of Mathematics**

**Thesis Advisor:**

**Assist. Prof. Dr. Çiğdem İNCİ KUZU**

**February 2023, 86 Pages**

In this study, the conceptual and operational knowledge levels of engineering faculty students on limit, continuity, derivative and integral subjects and the mistakes were examined. The focus of the research is on the process that leads students to a solution rather than solving questions about concepts. The participants of the study are 50 second-year students studying at the computer, machine and electronics departments of Karabuk University Engineering Faculty. The data in the study were obtained from the 11-question written exam applied to the engineering faculty students. The data collection tool was prepared based on the basic knowledge of the engineering faculty students about limit, continuity, derivative and integral in the general mathematics course content. The research findings showed that the students have a cursory knowledge of the concepts of limit, continuity, derivative and integral, but they do not have full knowledge of the definitions of the concepts. As a result of this, it was determined that the students had difficulties in trying to interpret the relations

between limit, continuity, derivative and integral concepts and they did not have in-depth knowledge about these relations.

**Key Word:** Limit, Continuity, Derivative, Integral, Engineering Faculty Students.

**Science Code:** 20406



## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tezim boyunca danışmanlığımı üstlenen, bilgisi ve tecrübesi ile her zaman yanımda olan, desteğini sonuna kadar hissettiren çok değerli danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem İNCİ KUZU' ye teşekkürlerimi ve saygılarımı sunarım.

Veri analizleri yaparken desteğini esirgemeyen değerli hocam, Dr. Öğr. Üyesi Hakan Bostancı'ya teşekkür ederim.

Sevgili aileme maddi ve manevi hiçbir yardımı esirgemediği için yanımda oldukları için tüm kalbimle teşekkür ederim.

Ayrıca; tez çalışma dönemi boyunca desteği, sabır ve anlayışı için Eşim Mahir ATABEG'e çok teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL.....	iv
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER .....	ix
TABLolar LİSTESİ.....	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ .....	xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xvi
BÖLÜM 1 .....	1
GİRİŞ .....	1
1.1. Ölçme ve Değerlendirmenin Önemi .....	6
1.1.1. Problem Cümlesi.....	7
1.1.2. Alt Problemler.....	7
1.1.3. Araştırmanın Amacı ve Önemi .....	7
BÖLÜM 2 .....	9
LİTERATÜR ÇALIŞMASI.....	9
BÖLÜM 3 .....	17
YÖNTEM.....	17
3.1. Araştırmanın Yöntemi.....	17
3.2. Çalışma Grubu .....	17
3.3. Veri Toplama Araçları .....	18
3.4. Verilerin Toplanması .....	21
3.5. Yazılı Sınavların Analizi.....	22

	<b><u>Sayfa</u></b>
BÖLÜM 4 .....	24
BULGULAR.....	24
4.1. Birinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular.....	24
4.2. Üçüncü Araştırma Sorusuna Ait Bulgular .....	34
4.3. Dördüncü Araştırma Sorusuna Ait Bulgular.....	39
4.4. Beşinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular.....	43
4.5. Altıncı Araştırma Sorusuna Ait Bulgular.....	48
4.6. Yedinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular .....	52
4.7. Sekizinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular.....	57
4.8. Dokuzuncu Araştırma Sorusuna Ait Bulgular .....	61
4.9. Onuncu Araştırma Sorusuna Ait Bulgular .....	66
4.10. On Birinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular.....	69
BÖLÜM 5 .....	75
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİ .....	75
KAYNAKLAR .....	80
ÖZGEÇMİŞ .....	86

## TABLolar LİSTESİ

### Sayfa

Tablo 3.1. Katılımcı öğrencilere ilişkin bölüm frekansları. ....	18
Tablo 3.2. Araştırmanın veri toplama aracındaki soruların amaçları.....	19
Tablo 3.3. Yazılı sınav kategorileri.....	22
Tablo 4.1. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 1. Sorusuna verdikleri doğru cevapların frekans ve yüzdeleri. ....	24
Tablo 4.2. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, 1.soruya verdikleri kısmen doğru cevapların sınıflandırılması.....	25
Tablo 4.3. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 1.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı.....	28
Tablo 4.4. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 2. Sorusuna verdikleri doğru cevap dağılımı.....	30
Tablo 4.5. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 2.soruya verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin sınıflandırılması.....	31
Tablo 4.6. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 2.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı.....	34
Tablo 4.7. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 3. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımları.....	34
Tablo 4.8. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 3.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı.....	37
Tablo 4.9. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 4. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımı.....	39
Tablo 4.10. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 4.soruya verdikleri yanlış cevapların dağılımı.....	41
Tablo 4.11. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 5. sorusuna verdikleri doğru cevapların frekans ve yüzdeleri. ....	44
Tablo 4.12. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 5.soruya verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin sınıflandırılması.....	45

Tablo 4.13. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 5.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı.....	46
Tablo 4.14. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmannın 6. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımları.....	49
Tablo 4.15. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 6.soruya verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin sınıflandırılması.....	50
Tablo 4.16. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 6.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı.....	51
Tablo 4.17. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmannın 7. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımları.....	53
Tablo 4.18. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmannın 7. sorusuna verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin dağılımları .....	54
Tablo 4.19. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 7.soruya verdikleri yanlış cevapların dağılımı.....	55
Tablo 4.20. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmannın 8. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımları.....	57
Tablo 4.21. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 8.soruya verdikleri yanlış cevap tipleri dağılımı.....	59
Tablo 4.22. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmannın 9. sorusuna verdikleri doğru cevap tipleri dağılımı .....	61
Tablo 4.23. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 9.soruya verdikleri yanlış cevap tipleri dağılımı.....	62
Tablo 4.24. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmannın 10. sorusuna verdikleri doğru tipleri dağılımı.....	66
Tablo 4.25. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 10.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı.....	67
Tablo 4.26. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmannın 11. sorusunun I. şikkına verilen cevaplara göre dağılımı .....	69
Tablo 4.27. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmannın 11. sorusunun II. şikkına verdikleri cevaplara göre dağılımları.....	71
Tablo 4.28. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmannın 11. sorusunun III. şikkına verdikleri cevaplara göre dağılımları.....	72

## ŞEKİLLER LİSTESİ

	<b><u>Sayfa</u></b>
Şekil 4.1. Ö <sub>2</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	25
Şekil 4.2. Ö <sub>41</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	26
Şekil 4.3. Ö <sub>3</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	27
Şekil 4.4. Ö <sub>21</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	27
Şekil 4.5. Ö <sub>20</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	27
Şekil 4.6. Ö <sub>28</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	28
Şekil 4.7. Ö <sub>48</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	29
Şekil 4.8. Ö <sub>18</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	29
Şekil 4.9. Ö <sub>23</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	30
Şekil 4.10. Ö <sub>1</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	31
Şekil 4.11. Ö <sub>22</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	32
Şekil 4.12. Ö <sub>11</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	32
Şekil 4.13. Ö <sub>48</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	33
Şekil 4.14. Ö <sub>38</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	33
Şekil 4.15. Ö <sub>21</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	35
Şekil 4.16. Ö <sub>31</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	35
Şekil 4.17. Ö <sub>5</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	36
Şekil 4.18. Ö <sub>48</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	36
Şekil 4.19. Ö <sub>3</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	36
Şekil 4.20. Ö <sub>14</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	38
Şekil 4.21. Ö <sub>6</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	38
Şekil 4.22. Ö <sub>8</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	38
Şekil 4.23. Ö <sub>9</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	40
Şekil 4.24. Ö <sub>19</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	40
Şekil 4.25. Ö <sub>22</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	40
Şekil 4.26. Ö <sub>1</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	41
Şekil 4.27. Ö <sub>12</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	42

Şekil 4.28. Ö <sub>25</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	42
Şekil 4.29. Ö <sub>2</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	42
Şekil 4.30. Ö <sub>41</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	43
Şekil 4.31. Ö <sub>29</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	43
Şekil 4.32. Ö <sub>11</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	44
Şekil 4.33. Ö <sub>8</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	45
Şekil 4.34. Ö <sub>46</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	46
Şekil 4.35. Ö <sub>17</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	46
Şekil 4.36. Ö <sub>25</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	47
Şekil 4.37. Ö <sub>26</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	48
Şekil 4.38. Ö <sub>47</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	48
Şekil 4.39. Ö <sub>37</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	49
Şekil 4.40. Ö <sub>14</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	49
Şekil 4.41. Ö <sub>21</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	50
Şekil 4.42. Ö <sub>27</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	51
Şekil 4.43. Ö <sub>11</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	52
Şekil 4.44. Ö <sub>48</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	52
Şekil 4.45. Ö <sub>27</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	53
Şekil 4.46. Ö <sub>47</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	54
Şekil 4.47. Ö <sub>22</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	55
Şekil 4.48. Ö <sub>40</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	56
Şekil 4.49. Ö <sub>45</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	56
Şekil 4.50. Ö <sub>17</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	56
Şekil 4.51. Ö <sub>37</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	58
Şekil 4.52. Ö <sub>39</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	58
Şekil 4.53. Ö <sub>34</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	59
Şekil 4.54. Ö <sub>23</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	60
Şekil 4.55. Ö <sub>47</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	60
Şekil 4.56. Ö <sub>25</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	60
Şekil 4.57. Ö <sub>8</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	61
Şekil 4.58. Ö <sub>27</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	62
Şekil 4.59. Ö <sub>37</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	63
Şekil 4.60. Ö <sub>9</sub> kodlu öğrencinin cevabı. ....	63

Şekil 4.61. Ö <sub>39</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	64
Şekil 4.62. Ö <sub>20</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	64
Şekil 4.63. Ö <sub>46</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	64
Şekil 4.64 . Ö <sub>17</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	65
Şekil 4.65. Ö <sub>43</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	65
Şekil 4.66. Ö <sub>32</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	65
Şekil 4.67. Ö <sub>28</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	66
Şekil 4.68. Ö <sub>49</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	67
Şekil 4.69. Ö <sub>36</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	68
Şekil 4.70. Ö <sub>43</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	68
Şekil 4.71. Ö <sub>38</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	68
Şekil 4.72. Ö <sub>8</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	68
Şekil 4.73. Ö <sub>31</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	70
Şekil 4.74. Ö <sub>1</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	70
Şekil 4.75. Ö <sub>7</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	72
Şekil 4.76. Ö <sub>31</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	72
Şekil 4.77. Ö <sub>2</sub> kodlu öğrencinin cevabı.....	73
Şekil 4.78. Ö <sub>12</sub> kodlu öğrencinin cevabı .....	74



## SİMGELER VE KISALTMALAR

### SİMGELER

$f$	: Frekans
$\%$	: Yüzde
I –	: Birinci Kısım
II–	: İkinci Kısım
III –	: Üçüncü Kısım
$+\infty$	: Artı Sonsuz
$-\infty$	: Eksi Sonsuz
$\emptyset$	: Boş Küme Sembolü
$\mathbb{R}$	: Reel Sayılar kümesi
$\Delta x$	: $x$ Değişkeninde Meydana Gelen Değişim
$\Delta y$	: $y = f(x)$ Değişkeninde Meydana Gelen Değişim.
$\Sigma$	: Sayıların Toplamı
L	: Bir Gerçek Sayı

## KISALTMALAR

ÖSS : Öğrenci Seçme Sınavı

Ö<sub>1</sub>, Ö<sub>2</sub>... Ö<sub>50</sub> : Öğretmen Adayları

√ : İşareti Koyan Önerme Soruya Göre Doğru Ya da Yanlış Kabul Edilir

× : İşareti Koyan Önerme Soruya Göre Doğru Ya da Yanlış Kabul Edilir

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

Matematik eğitiminin amaçlarından biri, öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmeyi en üst düzeyde gerçekleştirmeleridir. Fakat bunu gerçekleştirebilen öğrenci sayısının az olmasıyla birlikte öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun matematiği zor olarak algılaması yaşamın bir gerçeği olarak görülmektedir [1].

Matematiksel kavramların soyut yapısı düşünüldüğünde, kavramların tam anlamıyla öğrenilemediği görülmektedir. Matematiksel kavramların öğrenimi sırasında yaşanan güçlükler, matematik öğrenimi ve öğretiminin zor olarak algılanmasına sebep olmaktadır. Bu yönüyle öğrencilerin matematik alanındaki öğrenme güçlüklerinin tespit edilip giderilmesi gerekmektedir [2]. Matematik alanında, kavramayı geliştirmenin önemli fakat güç bir hedef olduğunu ifade ederek; öğrencilerin matematikteki öğrenme güçlüklerini ve bu güçlüklerin kaynağını bilmenin, onları gidermek için öğretim yöntemi tasarlanmasının, bu hedefe ulaşmada önemli bir adım olduğunu belirtmek gerekir [3]. Herhangi bir konuda öğrenme güçlüğü yaşayan bir öğrencinin, gelecek konularda başarıya ulaşması zordur [4]. Matematik konuları, diğer derslere göre daha güçlü ve sıralı bir yapıya sahip olduğu için herhangi bir kavram, matematiğin ön şartı durumundaki diğer kavramlar kavranmadan tam olarak kavranamaz [5].

Matematik, ardışık ve yığılmalı gibi bir bilim alanı olduğundan dolayı, matematikte diğer derslere göre daha ileri ve temel kavramlar öğretilmeden hiçbir kavram verilmemelidir [8]. Matematik dersinde öğrencilerin öğrenme eksikliklerini fark ederek ve bu eksiklikleri gidermek için önlem almak öğretmenin sorumluluğu altındadır. Yapılan araştırmalar, öğretmenin matematik alan bilgisinin eğitim ve öğretimle ilişkili olduğunu göstermiştir [9]. Alan bilgisi, etkili bir öğrenme-öğretme ortamı oluşturmak için tek başına yeterli olmasa da öğrenme ortamının ana

bileşenlerinden birisidir. Öğrencilerin yeni edindikleri bilgilerin, önceden edindikleri bilgilerle çatışması önemli bir sorundur. Ayrıca öğrenciler matematik dersini günlük yaşamlarında, okul sonrası iş yaşamlarında ve kararlarında etkin bir şekilde kullanabilmektedirler. Günümüzde matematiği seven, takdir eden ve matematiksel düşünebilen; matematik ile modelleme yapabilen ve problem çözebilen bireylere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bağlamda, öğrencilerin gerçek hayat problemleriyle öğrendikleri bazı kavram ve ilişkileri incelemek fayda sağlayacaktır [10].

İnsanlar, problemlerini düşünürken ve çözerken biçimsel tanımlardan ziyade, zihinlerinde oluşturdukları kavramların görüntülerini kullanırlar. Bu nedenle bir kişinin doğru görüntüleri alamaması, başka bir bireyin sorunlar karşısında hata yapmasına neden olabilmektedir [11]. Matematik, günlük hayatın her alanında kullanılmaktadır. Fakat kazanılan matematiksel bilgilerin nerede ne zaman ve ne için kullanılacağı bilinmemektedir [8]. Değişim ve gelişim her alanda olduğu gibi eğitimde de kaçınılmazdır. Yapılan çalışmalarda, öğrencilerin bilişsel becerilerini geliştirmede matematiğin rolünün olumlu olduğunu fakat öğrencilerin etkileşimli çalışma materyallerini kullanarak bu yeteneği geliştirmek için istekli olmadıkları belirlenmiştir [12].

Analiz, matematiksel olarak anlaşılması ve anlamlandırılması zor olan konulardan oluşan ve öğrenciler için yüksek düşünme becerileri gerektiren alanların başında gelmektedir. Analiz alan olarak, birçok ülkede olduğu gibi Türkiye’de de ilk olarak lise öğrencilerinin karşısına çıkmaktadır [6]. Konu olarak matematiğin değişen hızlarla ilgili bölümünü ele alan, genel matematik dersleri içerisinde bulunan analiz; mühendislik, tıp, ekonomi, iktisat, fen bilimleri ve matematik bölümlerinde okutulan derslerden biridir [7]. Türkiye’de ve birçok ülkede ortaöğretim öğrencilerine yönelik matematik programlarında matematiksel olarak anlaşılması ve işlenmesi güç olarak algılanan, öğrencilerde büyük düşünme becerisi gerektiren kavramlardan oluşan analiz dersi işlenmektedir [13]. Analiz, birçok disiplin için önemli bir alan olduğundan dolayı öğrencilerin analizi doğru anlamaları üzerine çok sayıda çalışma yapılmıştır. Belirli bir kavramla ilgili öğrencilerin anlayışlarını, hatalarını ve kavram yanlışlıklarını ortaya çıkarmak önemlidir. Öğrencilerin yaptıkları hatalar ve kavram yanlışlıkları, onların bu konuyu öğrenmelerini engellemekle kalmaz, aynı zamanda tüm öğrenimlerini etkiler [9]. Analiz dersinin amacı; öğrencileri teoremlerle

tanıştırmak, öğrencilerin yaratıcı mantıklı düşünme yeteneğini ve hayal gücünü geliştirmek, matematiksel sembol ve kavramları öğretmektir. Analiz alanı, lise düzeyinde okuyan öğrencilerin bunu deneyimlediğini ve bir “öğrenme alanı dersi” olarak tanımlanan matematiğin önemli bir ders olduğunu ortaya koymaktadır [14]. Üniversiteye giriş sınavları sonrasında fen ve matematik bölümlerini tercih edecek olan öğrenciler için analiz konuları ve analiz kavramları bir anahtar niteliği taşımaktadır. Buna ek olarak; fen ve matematik dersleri matematik, fen ve mühendislik bölümlerinde eğitim görecektir öğrenciler için mühim bir yere sahiptir [15].

Bu çalışmada, sadece matematiğin kendisinde değil, bilim ve mühendisliğin ilgili alanlarında da öğrenilmesi ve öğretilmesi açısından büyük önem taşıyan analiz kavramları ele alınacaktır. Analiz denilince akla dört temel kavram gelir: limit, süreklilik, türev ve integral. Bu kavramlar sadece matematik alanında değil, bilim ve mühendislik alanlarında da büyük önem taşımaktadır [9]. Limit, süreklilik, türev, integral konuları analizin en önemli konularındandır. Bu konular üniversite matematiğinin değişik alanlardaki kavramlarının anlaşılması için gerekli bir unsur haline gelmiştir [13].

Öğrenciler, öğretmenlerden gelen soru türlerine göre düşünme düzeylerini oluştururlar. Öğrenciler, ölçme ve değerlendirme aşamasında ne kadar bilişsel düzeyde sorularla karşılaşılırsa, o kadar çok zihinsel aktivite sergileyecekler ve daha araştırmacı, daha yaratıcı olma eğilimi göstereceklerdir [16]. Matematiğin mühendislikteki dolaylı etkisinin faktörlerini belirlemek, matematik çalışmalarının eğitimde olduğu kadar öğrenci değerlendirmelerinde de önemli olduğunu belirtmektedir [12]. Matematik, mühendislik eğitim programlarında her zaman güçlü bir bileşen olmakta ve bir dizi uygulamalı mühendislik konusu için gerekli bir temel olarak hizmet etmektedir [17]. Öğrenciler, matematikte bir konu hakkındaki tüm açıklamaları anlamadıkça, konuyu tam olarak öğrenmeleri kolay olmayacaktır. Matematik çalışmaları, mühendisler için hem doğrudan hem de dolaylı olarak önem arz etmektedir [12]. Matematik bölümü ve mühendislik fakültesindeki bölümlerinin; öğrencilere ve öğretim üyelerine resmi matematiksel becerileri ve kaynakları sunması gerekmektedir [19].

Matematik, fen ve mühendislikte büyük önem taşıyan analiz konusu; ileri matematikte ilk adım olarak karşımıza çıkmaktadır. Matematik, mühendisliğin dili olarak tanımlanır ve mühendislik fakültelerindeki bölümlerinin ilk yıllarında genel matematik, diferansiyel denklemler, lineer cebir gibi dersler programlarda yer almaktadırlar. Mühendisler, matematiği, teknolojiyi ve bilimi iyi bilen; bu bilgileri, hayatta önlerine çıkan problemlere çözüm üretmek amacıyla kullanabilen kişiler olarak tanımlanabilmektedirler. Mühendislik eğitiminde matematiğin önemli bir yeri olduğu kabul görürken, nasıl ve ne kadar öğretilmesi gerektiği ile ilgili tartışmalar yıllardır devam ederken belli bir kesim tarafından, mühendislik fakültesi öğrencilerinin matematik bilgilerinin yeterli olmadığını düşünmektedir [20].

Mühendislik, matematiğin uygulama alanlarından biri olup; matematiği, teknik bilimleri ve sosyal bilimleri kullanarak yeni ürünler oluşturmaya yönelik bir uygulama süreci olarak değerlendirilmektedir. Bununla birlikte, tüm bu alanları bir araya getiren, gerçek hayat problemlerini çözen ve hayatı kolaylaştıran matematik temelli bir meslek olarak tanımlanabilmektedir [21]. Aynı zamanda mühendislik, gerçek yaşam problemlerini çözmek ve yeni ürünler tasarlayabilmek için teknoloji, bilim ve matematiğin kombinasyonu olarak da tanımlanabilir [22]. Mühendisleri; teknolojiyi, matematiği ve bilimi iyi bilen, bu bilgileri hayatta önlerine çıkan problemleri çözmek için kullanabilen bireyler olarak tanımlamak mümkündür. Mühendisliğin dili olarak tanımlanan matematik, üniversitelerdeki mühendislik fakültesi ders içeriklerinin ilk olarak kalkülüs, lineer cebir, ayrık matematik, diferansiyel denklemler gibi derslerde yer almaktadır.

Matematiğin, mühendislik uygulamalarını destekleyen birçok teknolojik yeniliği mevcuttur. Bu teknolojik yeniliklerin mükemmelliği, mühendisliğin birçok alanında iyi derecede sahip olunan matematiksel bilgi ve beceriye dayanmaktadır. Matematik ve mühendislik arasındaki bağ o kadar iyi kurulmuştur ki, mühendislik alanındaki herhangi bir gelişme, yeni matematiksel teorilerin keşfedilmesi gerektiğini belirtmektedir [23].

Mühendislik okulları için matematik müfredatının içerik açısından yetersiz olduğu, öğrencilerinin ihtiyaç duydukları becerileri nerede ve nasıl öğreneceklerini çoğu zaman bilemedikleri, matematik öğretmenlerinin mühendislik fakültesindeki

derslerinde matematiksel kavramları nasıl uygulayacakları konusunda sınırlı bir anlayışa sahip oldukları görülebilmektedir [19].

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrendikleri, matematik ve mühendislik dersleri üzerinde olumlu duygu ve görüşlere sahip oldukları belirlenmiştir. Bunun sonucunda, mühendislik fakültesi öğrencilerine yönelik matematik eğitiminin mühendislik alanıyla ilişkili hale getirilmesi için mühendislere danışılması önerilmiştir [24]. Mühendislik fakültelerindeki matematik derslerinin işbirlikçi bir ortamda öğretilmesinin, öğrencileri birbirleriyle bağlantı kurmaya teşvik ettiği bildirilmiştir [23]. İkinci ve dördüncü sınıf mühendislik fakültesi öğrencileri için mühendislik konularında ve mühendislik tasarımlarında, kavramsal matematiksel yaklaşımın işlemsel yaklaşımdan daha önemli olduğu belirtilmektedir [25]. Bir mühendisin, kavramsal bilgiye sahip olması ve uygulama bilgilerinin tümüne hâkim olması gerektiği belirtilmektedir [26].

Türev, bir miktarın başka bir niceliğe göre değişim oranı ve temel başlangıç noktasıdır [27]. Türev kavramı, limit yardımıyla tanımlanır. Dolayısıyla limit, türevin önceki kavramlarından biridir ve yapılan araştırmalara göre, öğrencilerin limit kavramını yorumlamada ve anlamada zorluk yaşadıkları ve kavram yanlışlarına sahip oldukları belirlenmiştir [28].

İntegral konusu, gerçek hayatta ve mühendislik problemlerinin çözümünde önemli bir yer tutmaktadır. Onu anlamak için kavramsal ve uygulamalı bilgilerin iyi organize edilmesi gerekmektedir [29]. Araştırmacılara göre integral kavramı analiz dersinin anlaşılması zor olan konularından biri olarak kabul edilmiştir. Bir kavramı öğrenme süreci içerisindeki, kavramın tanımını bilmek kadar önemli olan bir diğer konu ise, o kavramın etrafında zengin bağlantılar kurmaktır.

Analiz dersi üzerine çeşitli bilimsel alanlar inşa edilmektedir. Matematik, fizik ve kimya bölümlerinde; tüm mühendislik ve mimarlık fakültelerinde temel teşkil eden analiz dersi, iktisadi ve idari bilimler, psikoloji gibi ilgili diğer alanlarda da okutulmaktadır [33-34]. Sonuç olarak, limit, süreklilik, türev ve integral konuları, neredeyse tüm sayısal bölümler için temel görevi görmekte ve diğer bazı bölümlerin büyümesine yardımcı olmaktadır. Bu nedenle lise döneminde limit, süreklilik türev ve integral konuları ile ilgili bilgi edinmek çok önemlidir. Tüm dünyada, ortaöğretim ve yükseköğretimde, kalkülüs; yani limit, süreklilik türev ve integral konularının

öğretilmesini gerektirir. Kalkülüs, matematik ders içeriklerinin bir parçasıdır ve limit, süreklilik, türev ve integral konularında çok sayıda çalışma yaptırılarak öğretilmektedir [35-36-37]. Öğrencilerin bu kavramların öğrenmelerine yardımcı olmak için birçok yöntem bulunmaktadır; bu yöntemler hem ortaöğretim hem de yükseköğretimde önemli bir yere sahiptir [37].

### **1.1. Ölçme ve Değerlendirmenin Önemi**

Ölçme, belirli nitelikleri ölçmek için gözlem yapmak ardından gözlemleneni tanımlamak için sıfatlar ve sayılar kullanmaktır. Değerlendirme, ölçütler kullanarak ölçüm bulgularına dayalı bir değer yargısı oluşturma sürecidir [38].

Eğitimin en önemli temel bileşenlerinden birisi ölçme ve değerlendirmedir. Uygulama aşamaları değerlendirildiğinde, ölçme ve değerlendirmenin eğitim sürecinin tamamlayıcı unsurlarından birisi olduğu anlaşılmaktadır [39]. Eğitim yoluyla öğrenilen yeni davranışların, beklenen düzeyde olup olmadığının belirlenebilmesi için, geçerliliği ve güvenilirliği yüksek ölçme araçlarıyla bu davranışların test edilmesi büyük önem taşımaktadır. Bireyin çeşitli eylemlerde yeterlilik ve kararlılık kazanıp kazanmadığını belirlemek için objektif bir ölçüm yapılmalıdır [40].

Bir sistemin başarısız unsurlarına karşı durmak ve daha gerçekçi planlar geliştirmek için olumlu veya olumsuz koşullarının belirlenmesi gerektiği iddia edilmektedir. Değerlendirmenin ölçütü bu durumla belirlenmektedir [38].

Ölçme ve değerlendirmenin önemi, özellikle teknolojinin ilerlemesiyle birlikte artış göstermiştir. Günümüzde, durumların hızla değişmesi ve gelişmesi sebebiyle tüm sistemlere uyum sağlamayı gerektirmektedir. Sonuç olarak eğitim sistemi, değişen koşullara uyum sağlamak için sürekli olarak kendi performansını değerlendirmelidir. Ölçmenin de değerlendirmenin de bir amacı vardır. Bu amaçlardan birisi, bir programın başlangıcında belirlenen hedeflere ne ölçüde ulaşıldığını değerlendirmektir. Diğer hedefler, eğitim programını iyileştirmeyi, öğrencilerin bilgi ve becerilerini geliştirmeyi içermektedir. Ölçme ve değerlendirmenin birincil amacı ise, eğitim sistemlerinin varlığının devamını garanti altına almaktır [41].



### **1.1.1. Problem Cümlesi**

Araştırmanın problem cümlesi “Mühendislik fakültesi öğrencilerinin temel analiz konularındaki kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyleri nedir?” şeklindedir.

### **1.1.2. Alt Problemler**

“Mühendislik fakültesi öğrencilerinin limit kavramı ile ilgili kavramsal-işlemsel bilgi düzeyleri nedir?”

“Mühendislik fakültesi öğrencilerinin süreklilik kavramı ile ilgili kavramsal-işlemsel bilgi düzeyleri nedir?”

“Mühendislik fakültesi öğrencilerinin türev kavramı ile ilgili kavramsal-işlemsel bilgi düzeyleri nedir?”

“Mühendislik fakültesi öğrencilerinin integral kavramı ile ilgili kavramsal-işlemsel bilgi düzeyleri nedir?”

### **1.1.3. Araştırmanın Amacı ve Önemi**

Bu araştırmanın amacı ve veri toplama aracı göz önüne alındığında, araştırma bir durum çalışması niteliği taşımaktadır. Çalışmada, geleceğin mühendisleri olan mühendislik fakültesi öğrencilerinin limit, süreklilik, türev ve integral kavramları hakkında alan bilgilerine odaklanılmıştır. Türev kavramı bir bütün olarak ele alındığında limit, süreklilik ve integral, ardından değişim oranı konuları da incelenmektedir. Bu kavramların anlamlıkları, aralarındaki ilişkilere bağlıdır. Bu çalışmada türev ve integral kavramlarının, limit ve süreklilik ile bağları incelenmekte ve bir bütün olarak ele alınmaktadır. Bu bağlamda çalışmada mühendislik fakültesi öğrencilerinin limit, süreklilik, türev ve integral kavramlarını nasıl anladıkları ve bu kavramlarla ilgili sorularda ne tür hatalar yaptıkları incelenmiştir. Çalışma, özel durum çalışması olarak bir devlet üniversitesinde mühendislik fakültesi öğrencileri ile yürütülmüştür. Araştırmaya, 2020-2021 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde, mühendislik fakültesinin 3 farklı bölümünde (bilgisayar, makine, elektronik) öğrenim görmekte olan 50 öğrenci katılmıştır. Veriler; limit, süreklilik türev ve integral konularını içeren bir sınav aracılığı ile toplanmıştır. Bu sınav, üniversitelerin

mühendislik fakültelerinin 1. sınıf genel matematik ders içeriğinden yola çıkılarak hazırlanmıştır. Test hazırlanırken öncelikle integral ve türev konuları ile ilgili temel kavramlar üzerinde durulmuştur. Ayrıca türev, limit, süreklilik ve integral arasındaki ilişki, problem çözümünde ve parçaları birleştirerek eşit alanların kullanımında üst düzey düşünme becerilerini ölçen sorulara da yer verilmiştir. Hazırlanan sorular, revize edilmiş integral ve türev konularına göre sınıflandırılmıştır. Veri toplama aracı beş tanım, iki uygulama, iki analiz, iki değerlendirme olmak üzere toplam 11 sorudan oluşmaktadır. Süreklilik ve türev arasındaki ilişki genellikle öğrencilerin kafasını karıştıran bir konudur. Yapılan araştırmalar sonucu, süreklilik ve türev temaları arasındaki bağlantıyı anlamada bazı kavram yanılgıları ve öğrenme güçlükleri olduğu saptanmıştır. Özellikle bu konunun öğrenimi ve anlaşılması ile ilgili yaşanan zorlukların ele alındığı birçok çalışma mevcuttur.

## BÖLÜM 2

### LİTERATÜR ÇALIŞMASI

Krouse (2000); çalışmasında, lise öğrencilerinin türev kavramını öğrenmeleri üzerine bir araştırma yürütmüştür. Araştırma, iki farklı lise öğrenci grubu üzerinde uygulanmıştır. 19 öğrenciden oluşan gruba, türev kavramına odaklı yazılı bir ödev verilmiş; sonrasında aynı öğretmen tarafından aynı öğrencilere türev dersi verilmiş ve ödev verilmeyen 17 öğrenciden oluşan bir grup ile karşılaştırılmıştır. Çalışmada, her iki grubun başarı oranı, kısa sınavlarla ve sınıf içi testlerle incelenmiştir. Her gruptan dört öğrenci ile görüşme yapılmış ve bu görüşmelerden çıkan sonuçları APOS teorisi kullanarak, öğrenci gruplarının türev kavramını anlayışları analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda, yazılı ödev verilen öğrenci gruplarının en az nesne düzeyine ulaştığı, diğer grubun adaylarının ise süreç düzeyine nispeten ulaştığı görülmüştür [42].

Yıldız (2006) tarafından gerçekleştirilen çalışma, türevle ilgili kavram yanılgıları, kavram eksiklikleri ve yöntemleri ele alınmıştır. Çalışmalarının sonucunda öğrencilerin, türevle ilgili becerilerinin var olmasına rağmen; formüllerin ezberlenmesinin ve bellekten mekanik olarak uygulanmasının doğruluğuna inandıkları görülmüştür. Ancak yapılan çalışmalar sonucunda kavram yanılgılarının olduğu ve konuyla ilgili farklı yaklaşımların bulunduğu resimlerle tespit edilmiştir [43].

Duru (2006) tarafından gerçekleştirilen çalışma, lisans düzeyinde sınıf öğretmenliği okuyan öğrenciler üzerinde yapılmıştır. Çalışmada, bir fonksiyon ile türevi arasındaki ilişki; fonksiyonun sürekliliği ve farklılaşması için uygulanabilir bir çerçeve oluşturmuştur. Matematikte başarısızlığın nedenleri arasında öğrencilerin matematiğe yönelik olumsuz tutumları da yer almaktadır. Karşılaşılan zorlukların sebepleri; kavramların eksik veya hatalı öğrenilmesi, kavramsal yerine işlemsel

anlamanın tercih edilmesi, türevin çoklu temsilleri arasındaki ilişkinin kurulamaması olarak belirtilmiştir. Bu sebepten dolayı öğrencilere problem çözme becerisi kazandırmak tüm eğitim kurumlarının öncelikli hedeflerinden biri olmalıdır [44].

Ubuz (2001; 2007); çalışmasında, birinci sınıf mühendislik öğrencilerinin; türevle ilgili kavram yanlışlarını belirlemek için bir araştırma yürütmüştür. Öğrenciler, matematik eğitiminden önce ve sonra; kalkülüsün temel yönlerine ilişkin anlayışlarını ölçen bir tanı testine tabi tutulmuştur. İngiltere'nin dört farklı üniversitesinde matematik dersi alan 147 mühendislik öğrencisinden oluşan dört grup ile takip görüşmeleri yapılmış ve sonuçların analizinde gruplar arasındaki verilerin birbirinden farklı olduğu görülmüştür [45].

Gür ve Barak (2007); çalışmalarını, Balıkesir Fatma Emin Kutvar Anadolu Lisesi'nde yapmıştır. 2005-2006 eğitim öğretim yılının güzünde yapılan çalışmanın verileri, 7 açık uçlu sorulardan oluşan bir bilgi testinin 53 öğrenciye uygulanması ile toplanmıştır. Lise öğrencileriyle yapılan araştırmanın sonuçları tanımlanmış ve tartışılmıştır. Araştırma, öğrencilerin türev konusunda yaptıkları hataları; kavram ve anlam yanlışlarına düştükleri konuları tespit etmek amacıyla yapılmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin türevin limitle olan bağlantısını anlayamadıkları, trigonometrik fonksiyonların ve bileşke fonksiyonların türevlerini yanlış hesapladıkları ve teğetin eğimi ile normalinin eğimi arasındaki ilişkiyi yanlış kurdukları tespit edilmiştir. Gür ve Barak'ın konu ile ilgili yaptığı çalışmada elde ettiği bulgular içerisinde, öğretmenlerin; öğrencilerin çözümlerinde kavram yanlışları buldukları, kavram haritaları ve türev çalışma sayfaları gibi öğrenme stratejilerini uyguladıkları görülmektedir [46].

İşleyen ve Akgün (2009); çalışmalarını, eğitim fakültesinde ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümünde okuyan 76 matematik öğretmeni adayını üzerinde uygulamışlardır. Bu araştırmanın amacı, öğrencilerin türev ve diferansiyel kavramları ile ilgili seviyelerini anlamak ve türev ile diferansiyel kavramlarının ilişkilerinin farklarını incelemektir. Bu çalışmadaki veriler, öğrencilerin türev ve diferansiyel kavramlarını birbirleri yerine kullandıklarını ve farklarını anlamadıklarını göstermiştir [47].

Baştürk ve Dönmez (2011); çalışmalarında, matematik öğretmenliği bölümü 4. sınıf öğrencilerinin süreksizlik ve limit hakkındaki yanlışlarını incelemiştir. Çalışma, bir

devlet üniversitesinin matematik bölümünde öğrenim görmekte olan 37 öğrenci üzerinde yapılmıştır. Araştırma kapsamında, fonksiyonlarda limit ve süreklilik kavramları hakkındaki alan bilgilerinin değerlendirilmesi için bir anket yapılmıştır. Kavram yanlışlarını tek başına tespit etmenin alan bilgisinin belirlenmesinde yeterli olmadığı kanısına varılmıştır. Öğretmen adaylarının sahip oldukları kavram yanlışlarını, öğrencilerine yansıtmaları muhtemeldir. Bu nedenle eğitim kurumlarının, öğretmen adaylarının sahip oldukları kavram yanlışlarını ortadan kaldırmalarına yardımcı olacak kurs ve materyal imkanlarını sunması gerekmektedir. Araştırma, öğretmen adaylarının süreklilik ve tanım gibi kavramlarla ilgili "bir fonksiyonun grafiği tek parçadan oluşmuyorsa bu fonksiyon sürekli değildir", "bir fonksiyonun bir noktasında bir limiti varsa...", "Bir nokta, o noktada tanımlı ve sürekli olmalıdır" gibi kavram yanlışlarına sahip olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca öğretmen adaylarının, belirsizlik ve tanımsız kavramlarını ayırt etmekte zorlandıkları tespit edilmiştir [48].

Karabey (2011); çalışmasında, 2006 yılında değiştirilen yeni sistemde integral kavramının ÖSS'ye dahil edilmesiyle, sınava giren ilköğretim matematik öğretmenlerinin başarılarını incelemiştir. Araştırmaya, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü öğrencileri katılmıştır. Araştırmanın verilerine göre; 2005 ÖSS sınavı ile programa 118 öğrenci, 2006 ÖSS sınavı ile programa 120 öğrenci katılmıştır. Böylece, toplam 238 öğrenci üzerinde araştırma yapılmıştır. Araştırmanın sonucunda, ön bilgi testine ve son bilgi testine göre 2005,2006 yıllarında sınava katılan öğrenciler arasında belli bir fark görülmediği ancak 2006 yılında sınava katılan öğrencilerin daha başarılı oldukları görülmüştür [49].

Delice ve Sevimli (2011)araştırmalarında, belirli ve belirsiz integral konusunun öğretiminde kavramların görsellerine göre sıralanmasını incelemişlerdir. Bu araştırma, bir devlet üniversitesinin kimya öğretmenliği bölümünde öğrenim görmekte olan 80 1. sınıf öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Araştırma sırasında öğrenciler, kontrol ve deney gurubu olmak üzere 2 gruba ayrılmıştır. Araştırmanın verilerine göre, kontrol grubu öğrencilerinin deney grubu öğrencilerine kıyasen integral görsellerine daha az aşina oldukları belirlenmiştir. Araştırmacıların yapmış olduğu çalışmada, integral kavramının öğretimindeki konunun kavram

görselleştirmelerinin incelendiği görülmektedir. Çalışma 2008–2010 yılları arasında Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesinde Kimya Öğretmenliği Bölümü'nde öğrenim gören 80 1. sınıf öğrencisi üzerinde uygulanmıştır. Bu çalışmanın verileri, deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerine kıyasen integral görüntülerine daha az aşına olduklarını göstermektedir [50].

Açıkyıldız ve Gökçek (2015); çalışmalarında, matematik öğretmeni adaylarının türev teğet ilişkisi ile ilgili yaptıkları hataları, türev konusu ile ilgili anlamları ve bu kavramı anlama sürecinde karşılaşılan güçlükleri incelemiştir. Çalışmada, durum çalışması yöntemini kullanarak; 45 adaya (24 kız ve 21 erkek) uygulanan yazılı sınav ve klinik mülakatlar, veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Klinik mülakatların amacı, adayların problemleri nasıl cevapladıklarını ve neden bu cevapları verdiklerini incelemektir. Çalışmalarda elde edilen verilere göre, ortaöğretim öğrencilerinin sorulara kısa ve hızlı cevaplar veremedikleri; uygulamaya, dönüt, geri bildirim, inceleme ve yansıma gerektiren soruların da dahil edilmesi gerektiği belirlenmiştir. Ortaöğretimde türevle ilgili soruların formüllerle çözüldüğü, işlemsel becerilerin geliştirildiği eğitimler yerine, kavramsal anlayışın ön planda tutulduğu ve konunun teorik arka planı hakkındaki bilgilerin vurgulandığı eğitimler verilmelidir [51].

Turan (2016); çalışmasında, 2014-2015 yılı matematik öğretmeni adaylarının limit, süreklilik ve türev ile ilgili kavramsal yapı anlayışları incelenmiştir. Çalışma, bir devlet üniversitesinde eğitim görmekte olan 152 matematik öğretmeni adayıyla yürütülmüştür. 152 adaydan 53'ünün matematik öğretmenliği bölümü 4. ve 5. sınıf öğrencisi olmasıyla birlikte, kalan 99 öğrenci ise, formasyon dersleri alan öğrencilerdir. Çalışmada limit konusundan 18, süreklilik konusundan 17 ve türev konusundan 15 kategori belirlenmiş ve toplamda 250 kelime elde edilmiştir. Çalışmadaki genel bulgular dikkate alındığında; limit, süreklilik ve türev konularının her birinin öncelikle kendi içindeki kavramlarla ilişkilendirildiği, daha sonrasında birbirleriyle ilişkilendirildiği görülmüştür [52].

Duran ve Kaplan (2016) çalışmalarında, nitel araştırma modelleri ve yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanmışlardır. Lisedeki matematik öğretmenlerinin konu alanındaki uzmanlığının karşılaştırılabileceği bir vaka çalışmasının kullanılmasını tercih etmişlerdir. Araştırma, 2015-2016 eğitim-öğretim yılı güz

döneminde gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın katılımcılarını, Karadeniz Bölgesi'ndeki bir ilde, Millî Eğitim Bakanlığı'na bağlı Anadolu liselerinde görev yapan dört matematik öğretmeni oluşturmuştur. Son uygulama, ders aralarında ve öğretmenlerin görev yaptığı okulların kantinlerinde yapılan dinlenme saatlerinde tamamlanmıştır. Öğretmenlerin her biri ile 25 dakikalık bir görüşme yapılmıştır. Her bir görüşmeyi kaydetmek için ses kayıt cihazı kullanılmıştır [53].

Açıkyıldız ve Gökçek (2016); çalışmalarında, matematik öğretmeni adaylarının türev kavramıyla ilgili yaptıkları hataları araştırmışlardır. Araştırma, fen ve matematik öğretmenliği bölümü 4.sınıf öğrencilerinden; 24 kız ve 21 erkek olmak üzere toplam 45 öğrenci ile yapılmıştır. Çalışmada 2 yazılı sınav uygulanmıştır. 6 öğretmen adayı ile diğer katılımcılar arasındaki verilerin incelenmesiyle öğrencilerin yaptıkları hataların türü belirlendikten sonra, yazılı sınavlardan ulaşılan sonuçların; 'tam doğru cevap', 'kısmen doğru cevap', 'yanlış cevap' ve 'cevap yok' olmak üzere tablo şeklinde olduğu görülmüştür. Araştırmanın sonucu, “öğretmen adaylarının türev konusu hakkında yüzeysel bir anlayışa sahip oldukları ve tanımları tam olarak anlamadıkları” şeklinde tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının kavramlar arasındaki ilişkileri doğru bir şekilde kuramamış olduğu ve öğrencilerin türev konusunu anlamalarını zorlaştırdıkları görülmüştür. Bundan dolayı, kavramların içeriğinin eksik anlaşıldığı, ezbere dayalı bilgi işlemenin varlığı, türev ve diğer konularla ilgili sınırlı bilgilerin olduğu, işlemsel anlayışın kavramsal anlayışa tercih edildiği kanısına varılmıştır. Ortalama değişim oranı ile anlık değişim oranı arasındaki farka ve süreklilik ile türev konularının farklarına ulaşılmıştır [9].

Doruk, Duran ve Kaplan (2018); çalışmalarında, Doğu Anadolu Bölgesi'ndeki bir devlet üniversitesinin 2014–2015 yılı bahar döneminde, ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim görmekte olan öğrenciler üzerinde gerçekleştirilmiş ve nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışmasına göre oluşturulmuştur. Çalışmaya, 31'i ikinci sınıf ve 29'u dördüncü sınıf olmak üzere toplam 60 öğrenci katılmıştır. Bu çalışmanın birinci amacı, öğrencilerin türev çemberi konusundaki anlayışlarını ve "türev" terimi ile ilgili yaptıkları yorumları belirlemektir. Çalışmanın ikinci amacı ise, öğrencilerin türev çemberini yorumlama becerilerini görebilmektir.

Bu çalışmanın odak noktası, öğrencilerin konu içerisinde karşılaştıkları sorunlar ve bu sorunların kapsamlı bir şekilde açıklanmasıdır. Öğrenciler hem türev çemberini hem de tanımdaki “farkların oranının sınırı” ifadesini açıklamaları ve türev çemberini yorumladıklarını ayrıntılı bir şekilde belirtmeleri gerekmektedir. Öğrenciler, kısmi türev çemberini kendi terimleriyle ifade edemedikleri için sağlam veriler sunamamışlardır. Öğrenciler limit, oran, oranın limiti ve süreklilik ilkelerini, konuyu kendi ifadeleriyle anlatmak için kullanmışlardır. Bu çalışmalar, gelecek araştırmalarda bağlantılı derslerin türev görüntüleri üzerindeki etkilerini kapsamlı bir şekilde analiz etmek için kullanılabilir [54].

Ulaş ve Biber (2020); çalışmalarında, 2014–2015 yılı matematik ve fen bilgisi öğretmeni adaylarının, türev kavramına ilişkin kavramsal yapılarındaki hakimiyetlerini incelemişlerdir. Bu çalışma, bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesinde öğrenim görmekte olan fen bilgisi bölümü öğrencilerinden 5, matematik bölümü öğrencilerinden 5 olmak üzere toplam 10 eğitim fakültesi öğrencisi ile yürütülmüştür. Çalışma, bir uzman tarafından repertuar çizelge tekniği ve yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılarak analiz edilmiş ve bu yöntemin analizinde nicel ve nitel yöntemler izlenmiştir [55].

Ünver, Çelik ve Guzel (2020), çalışmalarında; matematik öğretmeni adaylarının limit sınır gerektiren durumlarla baş etme mekanizmalarını değerlendirmeyi ve yanlış anlamaları belirlemeyi amaçlamışlardır. Araştırmaya, bir devlet üniversitesinde öğrenim gören, 40 lise matematik öğretmeni adayı katılmıştır. Katılan öğretmen adayları, mezun oldukları derecenin gerektirdiği alan çalışmasını ve alan öğretmenliği derslerini tamamlamışlardır. Çalışmadan önce, öğretmen adaylarına çalışmanın hedefleri hakkında bilgi verilmiş ve atanan iki senaryo sorusuna kapsamlı yanıtların verilmesi gerektiği hatırlatılmıştır. İki limitli öğretim senaryosu örneğinin yer aldığı form, çalışmanın veri toplama yöntemi olarak kullanılmaktadır. Senaryolar oluşturulurken, sonsuz limit ve sık kullanılan limitin fonksiyona dâhil edilmesi ile ilgili yanlışlar tartışılmıştır. Bir sınıf bağlamında öğretmen adaylarına; hangi senaryoyla başlamaları gerektiği belirtilmeden, her bir senaryoya ayrı ayrı yanıt vermeleri gerektiği söylenmiştir. Öğrencilerin yaptığı hataların ve kavram yanlışlarının nedenleri, bunların ortadan kaldırılmasına yönelik stratejilerin incelenmesi, öğretmen adaylarının senaryolara verdikleri yanıtların analiz edilmesini



sağlamıştır. Bu testler, iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları, limit kavramını yanlış anlamışlar veya alan bilgisi eksiklikleri nedeniyle, hatayı kendi başlarına fark edememişlerdir. Öğretmen adaylarının limiti ne kadar iyi kavradıklarını belirledikten sonra, olası hataları ve kavram yanılgılarını belirleyerek alan bilgilerini geliştirmek gerekmektedir. Bununla birlikte, geleceğin matematik öğretmenlerinin limit kavramı hakkındaki yanılgılarını gidermek için araştırma yapılması büyük önem taşımaktadır [56].

Gürbüz (2021) çalışmasında, 1966-2019 yılları arasındaki sorulardan; türev ile ilgili 168 soru, integral ile ilgili 130 soru, limit- süreklilik ile ilgili 65 soru olmak üzere toplamda 363 soru belirlemiştir. Sorular, matematiğin sınıflandırılmasına göre gruplara ve kategorilere ayrılmıştır. Son yıllarda bu kavramların soruları MATH taksonomi gruplarına göre eşit olarak dağıtılmıştır. Çalışmaya göre, yıllar geçtikçe soruların daha nitelikli olduğu ve sınav kalitesinin arttırıldığı görülmektedir [57].

Ünal (2021), çalışmasında; mühendislik öğrencilerinin integral problemlerini çözüm süreçlerini, kavramsal ve işlemsel bilgi açısından “Bloom Taksonomisi” ile incelemiştir. Bu çalışma, mühendislik fakültesinden toplam 55 öğrencisiyle yürütülmüştür. Bu öğrenciler, 1. sınıf; sanayi, bilgisayar, makine, elektrik ve elektronik, gemi inşa ve gemi makineleri mühendislik bölümlerinden seçilmiştir. Araştırmada elde edilen veriler, integral kavramı ile ilgili bir test hazırlanmasıyla gerçekleştirilmiştir. Testin soruları, matematik müfredatında yer alan integral konusu hakkında elde edilen bilgilerden yola çıkılarak hazırlanmıştır. Çalışmada, öğrencilerin; problem bilgileriyle cebirsel olarak doğru denklemleri kuramadıkları, bu denklemlere uygun cebirsel işlemleri uygulayamadıkları ve doğru cevaba ulaşamadıkları görülmüştür.

Yitmez, Yılmaz ve Dinçer (2022), çalışmalarında; öğretmen adaylarının, çok değişkenli fonksiyonların limit ve sürekliliğine ilişkin kavram yanılgıları incelemiştir. Araştırmaya, matematik öğretmenliği bölümünde uzmanlaşmış bir öğretmen adayı ve bir pilot katılmıştır. Karma araştırma desenlerinden biri olan ardışık dönüşümlü desen, çalışmanın temelini oluşturmaktadır. Bu durumda, nitel verilerin toplanması ve yorumlanmasından önce, nicel veriler toplanmış ve yorumlanmıştır. Araştırmacılar tarafından oluşturulan çalışmada, 12 adet açık uçlu soru yer almıştır. Birincil uygulama için hazırlanan testin son hali, matematik

alanında uzman bir öğretim üyesinin görüşü alındıktan sonra oluşturulmuştur. Limit ve süreklilik kavramları arasındaki ilişkiden daha önce bahsedilmiştir. Sözü edilen durumu destekleyen çalışmada, limit sorularında bulunan kavram başarısızlıkları, süreklilik sorularında da görülmüştür. Araştırmanın bulgularına dayanarak bu öneriler elde edilmiştir. Tek değişkenli fonksiyonlarda limit ve süreklilik ile, çok değişkenli fonksiyonlarda limit ve süreklilik konularını birleştirerek kavramlar arasında bağlantı kurmak ve ders aşamasında çeşitli konu temsillerine yer vermek konunun, farklı öğrenme becerilerine sahip öğrenciler tarafından daha net anlaşılmasını sağlayacaktır [59].

## BÖLÜM 3

### YÖNTEM

#### 3.1. Araştırmanın Yöntemi

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin limit, süreklilik, türev ve integral kavramlarını anlayabilme seviyelerini ortaya koymayı amaçlayan bu çalışma, bir özel durum çalışmasıdır. Araştırmanın odak noktası, öğrencilerin kavramlarla ilgili sorulara ürettikleri doğru veya yanlış sonuçlar değil, onları bu sonuçlara götüren süreçtir. İnceleme, belirli özel bir durum (belirli veya bilinen bir ortam, grup, olay, birey, kategori vb.) üzerinde derinlemesine yapılmakta ve neden-sonuç ilişkisine odaklanılmaktadır [60].

Durum çalışması Chmiliar (2017)'a göre, kısıtlı bir sistemin nasıl yürüdüğü ve işlediği üzerine sistemli veriler elde etmek amacıyla çoklu veri toplama işleminden yararlanılarak sistemin derinlemesine incelenmesini sağlayan bilimle ilgili bir yöntemdir [61].

Cohen, Manion ve Morrison (2007) farklı bir deyişle durum çalışmasını; gerçek durumlarda izlenimleri görmede ve neden-sonuç adı altındaki izlenimleri kararlaştırmada etkili bir sistem olarak belirtmektedirler [62].

#### 3.2. Çalışma Grubu

Çalışmanın katılımcılarını Karabük Üniversitesi Mühendislik Fakültesi'nin bilgisayar, makine ve elektronik bölümlerinde öğrenim görmekte olan (50) 2. Sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmanın katılımcılarının belirlenmesinde, amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yönteminden yararlanılmıştır. Çalışmanın Karabük Üniversitesi'nde gerçekleşmesi, zamandan ve mekândan tasarruf sağlamak için yakın çevredeki öğrencilerin tercih edilmesiyle birlikte, kolay

ulaşılabilir durum örneklemeinden de yararlanılmıştır. Ölçüt örnekleme, örneklerin problem ile alakalı olarak tespit edilen özelliklere sahip kimseler, olgular, nesnelere ya da olaylardan meydana gelmesidir [63].

Araştırmada katılımcıların türev, limit, süreklilik ve integral konularındaki bilgi birikim süreçlerinin değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Çalışmaya gönüllü olarak katılan öğrencilerin isimleri gizli tutulup, Ö<sub>1</sub>, Ö<sub>2</sub>... Ö<sub>50</sub> şeklindeki kodlarla belirtilmiştir. Çalışma içerisinde, mühendislik adı altında farklı bölümlerden öğrencilerin tercih edilmesiyle, çalışma örneklerine çeşitlilik katılması planlanmıştır. Katılımcı öğrencilerin öğrenim görmekte oldukları bölüm dağılımları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 3.1. Katılımcı öğrencilerin öğrenim görmekte oldukları bölümlere ilişkin frekanslar

<b>Katılımcı Öğrenci Bölümleri</b>	<b>f</b>
Makine Mühendisliği	20
Bilgisayar Mühendisliği	15
Elektronik Mühendisliği	15
Toplam	50

Araştırmaya katılan öğrencilerin 20'si makine mühendisliği, 15'i bilgisayar mühendisliği ve 15'i elektronik mühendisliği bölümü öğrencisi olduğu görülmektedir.

### **3.3. Veri Toplama Araçları**

Çalışmada veriler; mühendislik fakültesi öğrencilerine uygulanan 11 soruluk yazılı sınavdan elde edilmiştir. Uygulanan yazılı sınav soruları, iki matematik eğitimi uzmanı ve alanında uzman iki öğretim üyesi tarafından incelenmiş ve onaylanmıştır. Yazılı sınavlar, sorulan soruları öğrenciler tarafından özgün bir biçimde cevaplandırılmasını amaçlamaktadır.

Bu sınavlar, özellikle üst düzey bilişsel öğrenmenin ve dolayısıyla kavramsal anlamının ölçülmesinde etkilidir. Bu nedenle, mühendislik fakültesi öğrencilerinin limit, süreklilik, türev ve integral kavramlarına ilişkin bilgi düzeylerini ortaya koymayı amaçlanarak yazılı sınav yapılmasına karar verilmiştir. Test hazırlanırken ilk olarak integral ve türev konuları ile ilgili temel kavramlar üzerinde durulmuştur. Limit, Süreklilik Türev ve İntegral arasındaki ilişkiyi gerçek hayat problemlerinde kullanabilme ve üst düzey düşünme becerilerini ölçen sorular da mevcuttur. Sınav, mühendislik fakültelerinin 2. sınıf matematik ders içeriklerinde yer alan limit, süreklilik, türev ve integral konularında bulunan en temel bilgilerden yola çıkılarak hazırlanmıştır. Konu dağılımı, ders içeriklerindeki konu dağılımlarından bağımsız olarak yapılmıştır. Amaç, öğrencilerin sorular ile ilgili bağlantı kurmasına engel olmaktır. Hazırlanan sorular inşaat mühendisliği bölümü 2. sınıfta öğrenim görmekte olan ve asıl çalışma dışında tutulan 12 öğrenciye yapılan pilot uygulama sonucunda soruların daha anlaşılır olması şeklinde yenilenmiştir. Bu sınavda 5 tanım, 2 uygulama, 2 analiz becerisi ölçme, 2 yorum becerisi ölçme olmak üzere toplam 11 soru bulunmaktadır.

Öğrencilerin bu yazılı sınava verdikleri cevaplar, kavramsal ve işlemsel bilgi türleri olmak üzere iki kategoride incelenmiştir. 11 sorudan oluşan yazılı sınavın konu dağılımı ve soruların soruluş amaçları tabloda gösterilmiştir.

Tablo 3.2. Araştırmanın veri toplama aracındaki soruların amaçları.

Soru	Amaç
1.soru	Türevin matematiksel olarak verilen tanımı ile türev kavramı kapsamında ifade edilen kavramlar (eğim gibi) arasındaki farkı ayırt edip etmediğini ölçmek.
2.soru	İntegral matematiksel olarak verilen tanımı ile integral kavramı kapsamında ifade edilen kavramlar (Alan gibi) arasındaki farkı ayırt edip etmediğini ölçmek.
3.soru	Öğrencilerin limit ile süreklilik arasındaki geçişe dikkat edip etmediklerini ölçmek. “Sürekli her fonksiyon o noktada limite sahip iken tersinin geçerli olmadığı” bilgisini ölçmek.
4. soru	Öğrencilerin süreklilik ile türev arasındaki geçişe dikkat edip etmediklerini ölçmek. “Türevli her fonksiyon o noktada sürekli iken tersinin geçerli olmadığına dikkat etmiş mi?” Bunu ölçmek.
5. soru	Öğrenci türevin tanımı kullanarak verilen bir fonksiyonun türevini bulup

	bulamadığını ölçmek.
6. soru	Basit bir trigonometrik integrali hesaplayabilmesini ölçmek.
7. soru	İntegralde basit kesirlere ayırma metodu hakkında bilgisi olup olmadığını ölçmek.
8. soru	Burada paydası 0 olan limitlerde sonucun reel sayı olabilmesi için 0/0 belirsizliği gereği payında 0 alınması gerektiğinin bilincinde olup olmadığını ölçmek.
9. soru	Sonsuz reel sayılar kümesine ait olmadığına dikkat edip etmeyeceğini ölçmek.
10. soru	$R^* = R \cup \{\pm\infty\}$ kümesine geçildiğinde sonsuz cevap olarak alınabileceğine dikkat edip etmeyeceğini ölçmek.
11. soru	Öğrencinin limitteki ince detaylar hakkındaki bilgisini ölçmek.

Tablo incelendiğinde 1. sorunun türev konusu ile ilgili olup, amacının “Türevin matematiksel olarak verilen tanımı ile türev hakkında ifade edilen kavramlar (eğim gibi) arasındaki farkı ayırt edip etmediğini ölçmek.” olduğu görülmektedir. 2. sorunun integral ile ilgili olup, amacının “İntegral matematiksel olarak verilen tanımı ile integral hakkında ifade edilen kavramlar (alan gibi) arasındaki farkı ayırt edip etmediğini ölçmek.” olduğu görülmektedir. 3. sorunun amacı, limit ile süreklilik arasında nasıl bir ilişki olduğunu belirlemek, öğrencilerin limit ile süreklilik arasındaki geçişe dikkat edip etmediklerini ölçmek ve “Sürekli her fonksiyon o noktada limite sahip iken tersinin geçerli olmadığına dikkat edip etmediğini ölçmek” olduğu görülmektedir. 4. sorunun amacının, süreklilik ile türev arasında nasıl bir ilişki olduğunu belirlemek, öğrencilerin süreklilik ile türev arasındaki geçişe dikkat edip etmediklerini ölçmek ve “Türevli her fonksiyon o noktada sürekli iken tersinin geçerli olmadığına dikkat edip etmediğini ölçmek” olduğu görülmektedir. 5. soru türev tanımını kullanmak ile ilgili olup, amacının ise “Öğrenci türevin tanımı kullanarak verilen bir fonksiyonun türevini bulup bulamadığını ölçmek.” olduğu görülmektedir. 6. sorunun amacının “Basit bir trigonometrik integrali hesaplayabilmesini ölçmek” olduğu görülmektedir. 7. sorunun amacının “İntegralde basit kesirlere ayırma metodu hakkında bilgisi olup olmadığını ölçmek” olduğu görülmektedir. 8. sorunun amacının “Burada paydası 0 olan limitlerde sonucun reel sayı olabilmesi için 0/0 belirsizliği gereği payında 0 alınması gerektiğinin bilincinde olup olmadığını ölçmek” olduğu görülmektedir. 9. sorunun amacının “Sonsuz reel sayılar kümesine ait olmadığına dikkat edip etmeyeceğini ölçmek” olduğu

görülmektedir. 10. sorunun amacının " $R^* = R \cup \{\pm\infty\}$  kümesine geçildiğinde sonsuz cevap olarak alınabileceğine dikkat edip etmeyeceğini ölçmek" olduğu görülmektedir. 11. sorunun amacının "Öğrencinin limitteki ince detaylar hakkındaki bilgisini ölçmek" olduğu görülmektedir.

### 3.4. Verilerin Toplanması

Araştırmayı gerçekleştirebilmek için ilk olarak etik kurul iznine başvurulmuştur. Katılımcı öğrencilere, onlar aracılığıyla ulaşılan bilgilerin yalnızca araştırma amaçlı kullanılacağı iletilmiştir. Bu iletimdeki hedef, katılımcı öğrencilerin soruları cevaplarırken tedirgin olmadan cevaplamalarını ve bilimsel etik kuralları kapsamında şeffaf olmalarını sağlamaktır. Çalışmaya katılan öğrencilerden, elde edilen verilerin okuyucuyla paylaşılması konusunda onay alınmış, öğrencilerin herhangi bir sorunla karşı karşıya kalmayacakları ifade edilmiştir.

Araştırma tasarlanırken ve yürütülürken izlenen adımlar şu şekilde sıralanabilir. Araştırmanın birinci aşamasında mühendislik fakültesi öğrencilerinin limit, süreklilik, türev ve integral ile ilgili kavramsal ve işlemsel düzeyde yaptıkları hatalar ile ilgili veri toplama aracı hazırlanmıştır. Çeşitli tez ve makaleler incelenerek problemle ilgili sorular keşfedilmiş ve oluşturulmuştur.

1. Araştırma, türev ile süreklilik; limit ile süreklilik kavramları arasındaki ilişkilerin anlaşılmasına odaklanmış ve oluşturulan sorular her durumu karşılayacak şekilde sınıflandırılmıştır.
2. Çalışmanın amacı matematik alanında bir uzmana sunulmuştur. Uzmanın gelen dönütler doğrultusunda yazılı sınav soruları hazırlanmıştır. Uzman görüşü doğrultusunda şekillenen yazılı sınavın pilot uygulaması yapılmıştır. Pilot uygulama, veri toplama araçlarına son şeklini vermesi; yanıt verme süresinin belirlenmesi ve verilerin nasıl analiz edilip yorumlanacağı konusunda araştırmacıya fikir vermesi açısından önemlidir. Pilot çalışma sonrasında yapılan analizlerde bazı soruların tam olarak anlaşılmadığı belirlenmiş olup uzman kişiye danışılarak sorular daha açık, anlaşılır şekilde tekrar yazılmıştır. Pilot uygulama sonrasında yazılı sınavın, 70 dakikalık süre içerisinde uygulanabileceğine karar verilmiştir. Sorular son şeklini aldıktan sonra

uygulamanın başlamasına karar verilmiştir. Uygulama, mühendislik fakültesinin 3 farklı bölümünden (makine, bilgisayar ve elektronik mühendisliği bölümleri) 50 öğrenciyle 2021-2022 öğretim yılı güz döneminde yapılmıştır. Uygulama esnasında öğrencilerden sadece sonuç yazanlara sonucu neye göre buldukları sorulmuş verilen cevaplar not edilmiştir.

3.

### 3.5. Yazılı Sınavların Analizi

Verilerin analizi, “Yazılı Sınavdan Elde Edilen Verilerin Analizi” adı altındaki ana başlık içerisinde sunulmuştur. Sınavlardan elde edilen veriler öncelikle “**Cevabı doğru olanlar**”, “**Cevabı kısmen doğru olanlar**”, “**Cevabı yanlış olanlar**” ve “**Cevabı boş bırakanlar**” şeklinde dört temel kategoride sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırmaya ilişkin ayrıntılar aşağıda yer almaktadır.

**Doğru Cevaplar:** Geçerli cevabın tüm bileşenlerini içeren cevaplar.

**Kısmen Doğru Cevaplar:** Geçerli yanıtın bileşenlerinden en az birini içeren, hepsini içermeyen cevaplar.

**Yanlış Cevaplar:** Konu ile ilgili ya da ilgisiz, yanlış bilgi içeren; kavram yanılgısı olduğunu gösteren veya mantıksız cevaplar.

**Boş Bırakanlar:** Boş bırakılan cevaplar.

Tablo 3.3. Yazılı sınav kategorileri.

<b>Cevabı doğru olanlar</b>	Geçerli cevabın tüm elementlerini içeren cevaplar verenler.
<b>Cevabı kısmen doğru olanlar</b>	Geçerli cevabın elementlerinden en az birini içeren fakat hepsini içermeyen cevaplar verenler.
<b>Cevabı yanlış olanlar</b>	Geçerli cevapla alakasız bilgiler içeren, yanlış ya da mantıksız cevap verenler.
<b>Cevabı boş bırakanlar</b>	Cevabı boş bırakanlar.

Tabloya göre yazılı sınavlardan elde edilen veriler; cevabı doğru olanlar, cevabı kısmen doğru olanlar, cevabı yanlış olanlar ve cevabı boş bırakanlar şeklinde dört temel kategoride sınıflandırılmıştır.



Yazılı sınavdaki sorular teker teker analiz edilmiştir. Öğrencilerin her bir soruya verdiği cevaplar yukarıdaki kategori tanımları dikkate alınarak sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırma işlemi, araştırmacı tarafından farklı zamanlarda tekrar edilmiştir.

Genel olarak yapılan sınıflandırmanın uygun olup olmadığı ve araştırmacı tarafından nasıl sınıflandırılacağı konusunda karşılaşılan şüpheli durumlarda, alanında uzman 2 öğretim üyesinin görüşlerine başvurulmuştur. Her bir kategorideki cevap frekans ve yüzdelerle ifade edilmiştir.

Yazılı sınavlara ait analizin ikinci kısmında sadece öğrencilerin yanlış cevaplarına odaklanılmıştır. Öğrenciler tarafından verilen yanlış cevaplar, kendi içlerindeki benzerlik ve farklılıklara göre gruplandırılmıştır. Bu şekilde öğrenciler tarafından üretilen yanlış tipler ortaya koyulmuştur. Her bir gruba düşen cevap frekans ve yüzdelerle ifade edilmiştir.

## BÖLÜM 4

### BULGULAR

#### 4.1. Birinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular

Araştırmanın birinci sorusu olan “Türevin matematikteki karşılığı nedir?” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 1. sorusuna verdikleri doğru olarak kabul edilen cevap tiplerine ilişkin dağılım tabloda sunulmuştur.

Tablo 4.1. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 1. Sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin frekans ve yüzdeleri.

Doğru Cevap Tipleri	Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>12</sub> , Ö <sub>47</sub>	4	8

Tablo 4.1 incelendiğinde araştırmanın 1. Sorusuna öğrencilerin sadece %8'inin (f=4) doğru cevap verdiği görülmektedir.

“Türevin matematikteki karşılığı nedir?” sorusuna doğru cevap veren Ö<sub>2</sub> kodlu öğrencinin örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

1. Türevin matematikteki karşılığı nedir?

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Şekil 4.1. Ö<sub>2</sub> kodlu öğrencinin cevabı

4 mühendislik fakültesi öğrencisi, türevin tanımından yararlanarak soruya doğru cevap vermiştir. Yukardaki şekil incelendiğinde Ö<sub>2</sub> kodlu mühendislik öğrencisi, türevin matematikteki karşılığını  $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  şeklinde ifade ederek soruya doğru cevap vermiştir.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 1. sorusuna verdikleri kısmen doğru olarak kabul edilen cevap tiplerine ilişkin dağılım tabloda sunulmuştur.

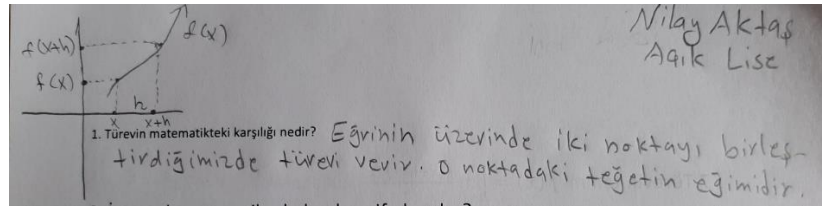
Tablo 4.2. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, 1.soruya verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin sınıflandırılması

Kısmen Doğru Cevap Tipleri	Kısmen Doğru Cevap Veren Öğrenciler	F	%
Türev teğetin eğimidir	Ö <sub>41</sub> , Ö <sub>7</sub> , Ö <sub>15</sub> , Ö <sub>25</sub> , Ö <sub>31</sub> , Ö <sub>36</sub> , Ö <sub>44</sub> , Ö <sub>45</sub> , Ö <sub>46</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>9</sub> , Ö <sub>8</sub>	12	24
Türev herhangi bir teğetin herhangi bir eğriye $x'$ eksenine yaptığı pozitif yönlü açının tanjant değeridir	Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>6</sub> , Ö <sub>13</sub> , Ö <sub>26</sub> , Ö <sub>27</sub> , Ö <sub>20</sub> , Ö <sub>19</sub> , Ö <sub>16</sub>	8	16
Türev verilen fonksiyonun değişim miktarıdır	Ö <sub>21</sub> , Ö <sub>10</sub> , Ö <sub>11</sub> , Ö <sub>35</sub> , Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>38</sub> , Ö <sub>39</sub> , Ö <sub>40</sub> , Ö <sub>43</sub>	9	18

Türev bir sayının üstel	Ö <sub>28</sub> , Ö <sub>22</sub> , Ö <sub>17</sub> , Ö <sub>29</sub> , Ö <sub>30</sub> ,		
değerini alıp baş kat sayı	Ö <sub>32</sub> , Ö <sub>34</sub> , Ö <sub>49</sub> , Ö <sub>50</sub>	9	18
yaparken üstünü bir			
azaltmadır			

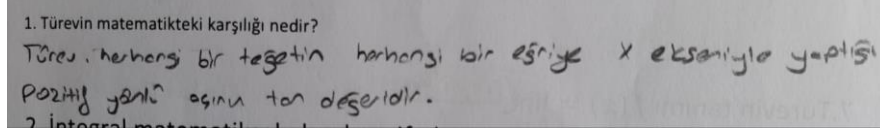
Tablo 4.2 incelendiğinde 12 mühendislik fakültesi öğrencisinin türevin matematiksel karşılığı olarak “Teğetin eğimidir.” şeklinde tanımlama yaptığı, 8 öğrencinin “Herhangi bir teğetin herhangi bir eğriye  $x$  eksenine yaptığı pozitif yönlü açının tanjant değeridir.” şeklinde tanımlama yaptığı, 9 öğrencinin “Verilen fonksiyonun değişim miktarıdır.” şeklinde tanımlama yaptığı ve 9 öğrencinin de “Bir sayının üstel değerini alıp baş kat sayı yaparken üstünü bir azaltmadır.” şeklinde tanımlama yaptığı belirlenmiştir.

“Türevin matematikteki karşılığı nedir?” sorusuna kısmen doğru cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



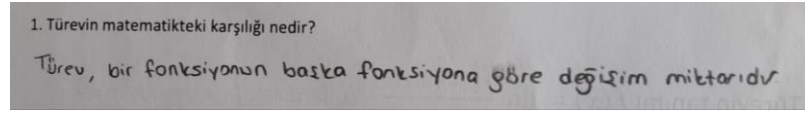
Şekil 4.2. Ö<sub>41</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Verilere göre 29 mühendislik fakültesi öğrencisinin, türevin matematikteki karşılığını kısmen doğru olarak cevaplandığı belirlenmiştir. Yukardaki Ö<sub>41</sub> kodlu mühendislik öğrencisinin cevabı incelendiğinde, “Verilen bir fonksiyonun iki noktasının birleştirilmesiyle elde edilen doğru parçası o noktadaki teğetin eğimini verir.” şeklinde bir açıklama yaptığı görülmüştür. Öğrenci bu cevabı verirken türevin geometrik yorumunda öğrendiği “Bir eğriye üzerindeki bir noktadan çizilen teğetin eğimi, o noktadaki 1. türevinin değeridir” tanımında geçen “teğetin eğimi” kavramı ile türevin matematikteki karşılığının aynı olduğunu düşündüğü görülmektedir.



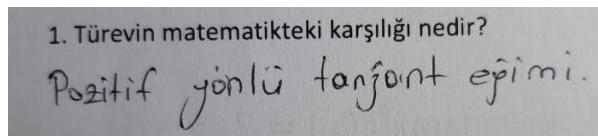
Şekil 4.3. Ö<sub>3</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekil incelendiğinde Ö<sub>3</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, türevin matematiksel karşılığını “Herhangi bir teğetin herhangi bir eğriye  $x$  eksenine göre yaptığı pozitif yönlü açının tan değeridir” şeklinde belirtmiştir. Öğrenci bu cevabı verirken türevin geometrik yorumunda öğrendiği “Bir eğri üzerindeki bir noktadan çizilen teğetin eğimi o noktadaki türevi verir.” tanımını kullanmıştır. Sonuç olarak türev tanımını ayırt edememiş, türevi sadece eğim olarak düşünmüş ve eğimi de  $x$  eksenine göre pozitif yönde yaptığı açının tanjantı ile ilişkilendirmiştir.



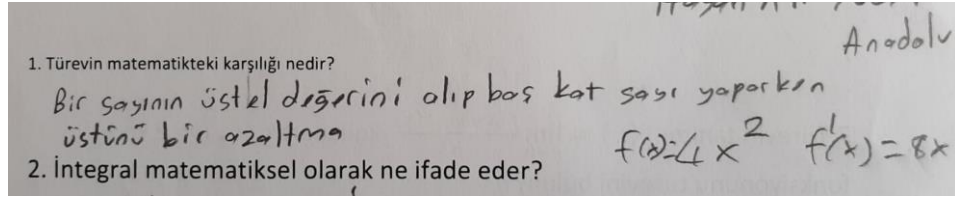
Şekil 4.4. Ö<sub>21</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>21</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin soruya, “Türev, bir fonksiyonun başka fonksiyona göre değişim miktarıdır” şeklinde verdiği cevap yer almaktadır. Öğrenci, türevin tanımı verilirken ifade edilen “Fonksiyonda meydana gelen değişimin ( $\Delta y = f(x + h) - f(x)$ ), değişkende meydana gelen değişime ( $\Delta x = x + h - x = h$ ) oranı olan  $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  Newton Oranının  $h \rightarrow 0$  için limiti mevcut ise limit değerine fonksiyonun türevi denir.” tanımıyla, değişim oranının direkt türeve karşılık geldiği düşüncesiyle bu cevabı vermiştir.



Şekil 4.5. Ö<sub>20</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yulardaki şekilde, Ö<sub>20</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin türevi, pozitif yönlü tanjant eğimi olarak tanımlamasıyla soruyu kısmen doğru olarak cevapladığı görülmektedir. Görüldüğü gibi diğer öğrencilerden farklı olarak türev kavramını tek bir açıdan değil, farklı şekillerde de ele alarak ifade etmeye çalışmıştır. Diğer öğrenci de soruyu benzer bir şekilde cevaplamıştır.



Şekil 4.6. Ö<sub>28</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>28</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi türevi, “bir sayının üstel değerini alıp baş kat sayı yaparken üstünü bir azaltma” şeklinde ifade etmiştir. Öğrenci, verdiği cevap içerisinde türev tanımının kullanımıyla elde edilen  $f(x) = x^n$  ise  $f'(x) = nx^{n-1}$  kuralını açıklamıştır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 1. sorusuna verdikleri yanlış cevap tipleri dağılımları tabloda verilmiştir.

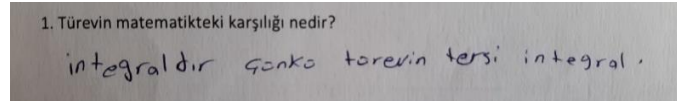
Tablo 4.3. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 1.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı

Yanlış Cevap Tipleri	Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Türev, integraldir	Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>14</sub> , Ö <sub>42</sub> , Ö <sub>48</sub>	4	8
Türev, teğetin değişim			

oranıdır	Ö <sub>18</sub> , Ö <sub>24</sub>	2	4
$\tan\theta = \text{eğim}$	Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>33</sub> ,	2	4

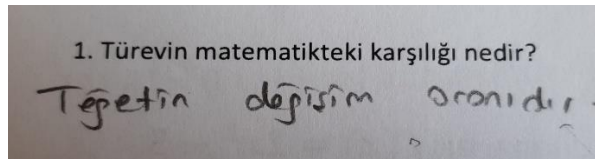
Tablo incelendiğinde, 4 mühendislik fakültesi öğrencisinin türevin matematiksel karşılığı olarak “İntegraldir.” Şeklinde tanımlama yaptığı, 2 öğrencinin “Teğetin değişim oranıdır.” Şeklinde tanımlama yaptığı, 2 öğrencinin “ $\tan\theta = \text{eğim}$ .” şeklinde tanımlama yaptığı belirlenmiştir.

“Türevin matematiksel karşılığı nedir?” sorusuna yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



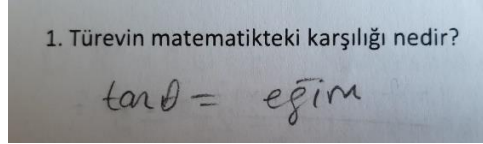
Şekil 4.7. Ö<sub>48</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde cevabı yanlış olarak sınıflandırılan Ö<sub>48</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin soruya, “türev integraldir çünkü türevin tersi integral” olarak verdiği cevap yer almaktadır. Burada öğrencilerin, türev ile integral konularını karıştırdıklarını söyleyebiliriz. Öğrenci, verdiği cevapta belirsiz bir integral tanımı verirken, “fonksiyonun türevinin alınmamış hali” ifadesini kullanmıştır.



Şekil 4.8. Ö<sub>18</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>18</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi türevi, “teğetin değişim oranıdır.” şeklinde tanımlamıştır. Öğrenci, türevin uygulamalarında bahsedilen teğetin değişimi kavramını ve Newton Oranında bahsedilen değişim oranı kavramını karıştırmış; bu sebeple soruyu yanlış cevaplamıştır.



Şekil 4.9. Ö<sub>23</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>23</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi türevi, “tanθ =eğim”şeklinde tanımlamıştır. Öğrenci verdiği cevapla eğimi, eğrinin x eksenini yaptığı pozitif yönlü açının tanjantı olarak ifade etmiştir. Öğrencinin cevabında teğetin eğiminden bahsedilmediği için yanlış olarak değerlendirilmiştir.

#### 4.2. İkinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular

Araştırmanın ikinci sorusu olan “İntegral matematiksel olarak ne ifade eder?” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 2. sorusuna verdikleri doğru cevapların dağılımları Tablo 4.4’te verilmiştir.

Tablo 4.4. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 2. Sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımı

Doğru Cevap Tipleri	Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
$\int f(x)dx = F(x) + c$	Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>12</sub> , Ö <sub>47</sub> , Ö <sub>50</sub>	4	8

Tablo incelendiğinde araştırmanın 2. Sorusuna öğrencilerin sadece %8’inin (f=4) doğru cevap verdiği görülmektedir.



“İntegral matematiksel olarak ne ifade eder?” sorusuna doğru cevap veren Ö<sub>1</sub> kodlu öğrencinin örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

2. İntegral matematiksel olarak ne ifade eder?

$$\int f'(x) dx = f(x) + c$$

Şekil 4.10. Ö<sub>1</sub> kodlu öğrencinin cevabı

4 mühendislik fakültesi öğrencisi, integralin tanımından yararlanarak soruya doğru cevap vermiştir. Yukardaki şekil incelendiğinde Ö<sub>1</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, integralin matematiksel olarak ne ifade ettiği sorusunu  $\int f'(x) dx = f(x) + c$  ifadesi ile doğru cevaplamıştır.

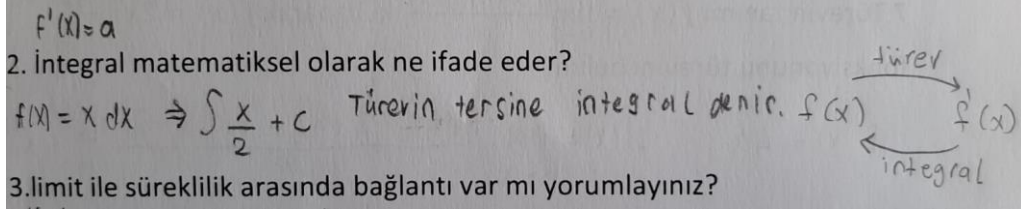
Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 2. sorusuna verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.5. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 2.soruya verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin sınıflandırılması

Kısmen Doğru Cevap Tipleri	Kısmen Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
İntegral türevin tersidir	Ö <sub>22</sub> , Ö <sub>6</sub> , Ö <sub>14</sub> , Ö <sub>15</sub> , Ö <sub>18</sub> , Ö <sub>21</sub> , Ö <sub>19</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>46</sub> , Ö <sub>28</sub> , Ö <sub>29</sub> , Ö <sub>30</sub> , Ö <sub>34</sub> , Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>43</sub> , Ö <sub>45</sub> , Ö <sub>49</sub>	18	36
İntegral Fonksiyonların alanlarının hesaplamasıdır	Ö <sub>11</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>8</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>16</sub> , Ö <sub>44</sub> , Ö <sub>24</sub> , Ö <sub>26</sub> , Ö <sub>33</sub> , Ö <sub>31</sub> , Ö <sub>32</sub> , Ö <sub>39</sub> , Ö <sub>41</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>13</sub> , Ö <sub>40</sub> , Ö <sub>36</sub> , Ö <sub>27</sub> Ö <sub>7</sub> , Ö <sub>25</sub> , Ö <sub>9</sub>	21	42
İntegral hacim hesaplamasıdır	Ö <sub>48</sub>	1	2

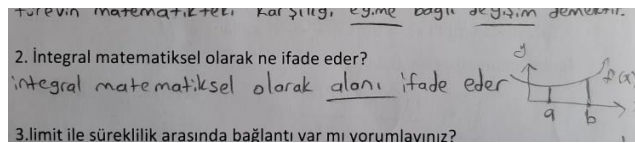
Tablo incelendiğinde 18 mühendislik fakültesi öğrencisinin integrali, matematiksel olarak “Türevin tersi” şeklinde tanımladığı, 21 öğrencinin “Alan” şeklinde tanımladığı, 1 öğrencinin “Hacim hesaplamak.” Şeklinde tanımladığı ve 4 öğrencinin de “Toplam değişimi.” Şeklinde tanımladığı görülmektedir.

“İntegral matematiksel olarak ne ifade eder?” sorusuna kısmen doğru cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



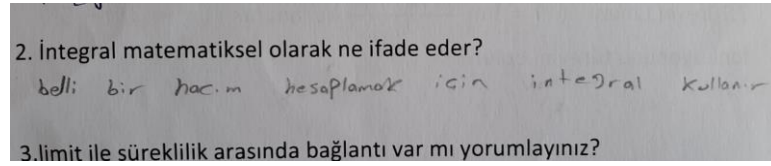
Şekil 4.11. Ö<sub>22</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Öğrenci bu soruda, türev ile integral kavramını karıştırmıştır. Yukardaki şekilde Ö<sub>22</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi “türevin tersi integraldir” ifadesi ile soruyu kısmen doğru olarak cevaplamıştır. Öğrenci, verdiği  $f(x) = x dx \rightarrow \int \frac{x}{2} + c$  cevabı ile integralini aldığı fonksiyonun türevinin  $f(x) = x$  olduğunu göstermek istemiştir. Ana fikir doğrudur fakat integral yanlış alınmıştır. Öğrenci, belirsiz integral tanımı yaparken “ $F'(x) = f(x)$  olmak üzere  $c \in \mathbb{R}$  için  $\int f(x) dx = F(x) + c$  ifadesine  $f(x)$  fonksiyonun belirsiz integrali (anti-türevi, ilkeli) denir.” tanımında kullanılan anti-türev ifadesinden dolayı türevinin alınmamış hali ifadesini kullanmıştır.



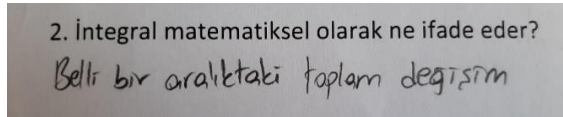
Şekil 4.12. Ö<sub>11</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekilde, Ö<sub>11</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin “integral matematiksel olarak alanı ifade eder.” tanımı yer almaktadır. Öğrenci, belirli integralin uygulamalarında “ $f(x) > 0$  eğrisi  $x = a, x = b$  doğruları ve  $x$  – eksenini ile sınırlı bölgenin alanı  $\int_a^b f(x)dx$  dir.” şeklinde verilen alan tanımı ile belirsiz integral kavramlarının aynı anlama geldiğini düşünerek bu cevabı vermiştir. Bundan dolayı cevabı kısmen doğru sayılmıştır.



Şekil 4.13. Ö<sub>48</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>48</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi “belli bir hacim hesaplamak için integral kullanılır” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Bilindiği gibi dönel cisimlerin hacmi, belirli integral yardımıyla hesaplanmaktadır. Öğrencinin verdiği cevapta ifade ettiği hacim hesabı, integral matematiksel olarak ne ifade eder sorusuna doğru bir cevap olarak görülmemektedir.



Şekil 4.14. Ö<sub>38</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>38</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin soruya, “belli bir aralıktaki toplam değişim” şeklindeki cevabı yer almaktadır. Öğrenci, belirli integralde bir fonksiyonun bir aralıkta Riemann anlamında integrallenebilir olması için düzgün bir P parçalanışına göre alt ve üst Riemann toplamlarının eşitliği gösterilirken kullanılan toplam durumunu belirsiz integral olarak değerlendirmiştir.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 2. sorusuna verdikleri yanlış cevap tiplerinin öğrencilere göre dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.6. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 2.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı

Yanlış Cevap Tipleri	Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	f	%
İntegral sayıların toplamıdır	Ö <sub>42</sub>	1	2

Tablo incelendiğinde 1 mühendislik fakültesi öğrencisi, integral matematiksel olarak “Sayıların toplamı” olduğunu ifade etmiştir.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinden, sadece Ö<sub>35</sub> kodlu öğrenci araştırmanın 2. sorunu yanıtı bırakmıştır.

#### 4.2. Üçüncü Araştırma Sorusuna Ait Bulgular

Araştırmanın 3. sorusu olan “Limit ile süreklilik arasında bağlantı var mı? Yorumlayınız.” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 3. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerine göre dağılımları Tablo 4.7’de verilmiştir.

Tablo 4.7. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 3. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımları

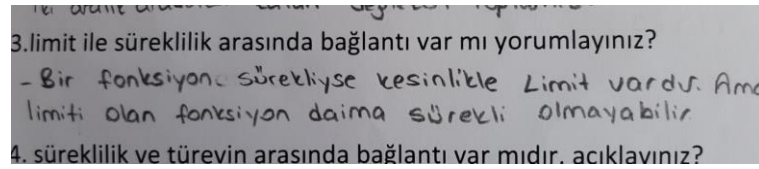
Doğru Cevap Tipleri	Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Fonksiyon sürekli ise limit vardır.	Ö <sub>21</sub> , Ö <sub>9</sub> , Ö <sub>12</sub> , Ö <sub>15</sub> , Ö <sub>16</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>24</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>19</sub> , Ö <sub>20</sub> , Ö <sub>27</sub> , Ö <sub>28</sub> , Ö <sub>35</sub> , Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>38</sub> , Ö <sub>39</sub> , Ö <sub>41</sub>	17	34
Limit olmadan süreklilik aranmaz.	Ö <sub>31</sub> , Ö <sub>22</sub> , Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>26</sub> , Ö <sub>40</sub> , Ö <sub>44</sub> , Ö <sub>45</sub>	7	14
Limit varsa fonksiyon sürekli olmak zorunda değildir	Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>13</sub> , Ö <sub>36</sub> , Ö <sub>43</sub> , Ö <sub>46</sub> , Ö <sub>47</sub> , Ö <sub>50</sub>	7	14

Tablo incelendiğinde 17 mühendislik fakültesi öğrencisinin limit ile süreklilik arasında bağlantı olduğunu “Süreklilyse mutlaka limit vardır.” şeklinde bir açıklama yaptığı, 7 öğrencinin “Limit olmadan süreklilik aranmaz.” şeklinde bir açıklama yaptığı, 7 öğrencinin “Her limit sürekli olmak zorunda değil.” şeklinde bir açıklama yaptığı, 3 öğrencinin “ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ ” Şeklinde bir açıklama yaptığı, 2 öğrencinin “Süreklilik limite yaklaşımı ifade eder.” şeklinde bir açıklama yaptığı ve 2 öğrencinin de “Limit varsa sürekli olmak zorunda değil.” şeklinde bir açıklama yaptığı görülmektedir.

Süreklilik ile limit arasındaki ilişki(bağıntı) aşağıdaki gibidir.

“Her fonksiyonun, sürekli olduğu noktada limiti vardır fakat limitin olduğu noktada süreklilik olmayabilir.” (1)

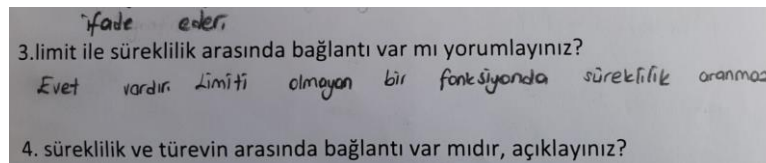
“Limit ile süreklilik arasında bağlantı var mı yorumlayınız?” sorusuna doğru cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



3. limit ile süreklilik arasında bağlantı var mı yorumlayınız?  
- Bir fonksiyon süreklilyse kesinlikle Limit vardır. Ama limiti olan fonksiyon daima sürekli olmayabilir.  
4. süreklilik ve türevin arasında bağlantı var mıdır. açıklayınız?

Şekil 4.15. Ö<sub>21</sub> kodlu öğrencinin cevabı

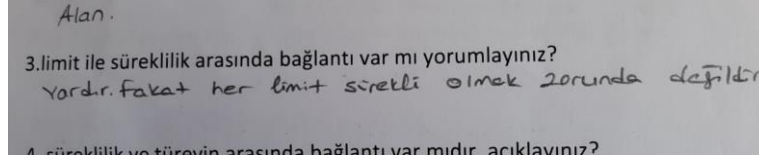
Şekildeki Ö<sub>21</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “Süreklilyse mutlaka limit vardır” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Öğrencinin verdiği cevap, (1) bağıntısındaki açıklamaya denktir.



ifade eder.  
3. limit ile süreklilik arasında bağlantı var mı yorumlayınız?  
Evet vardır. Limiti olmayan bir fonksiyonda süreklilik aranmaz.  
4. süreklilik ve türevin arasında bağlantı var mıdır, açıklayınız?

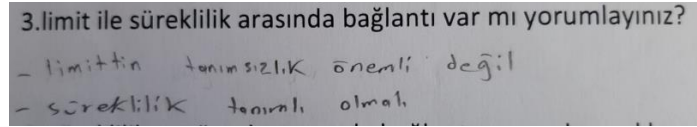
Şekil 4.16. Ö<sub>31</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>31</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “Limit olmadan süreklilik aranmaz.” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Öğrencinin verdiği cevap, (1) bağlantısındaki açıklamaya denktir.



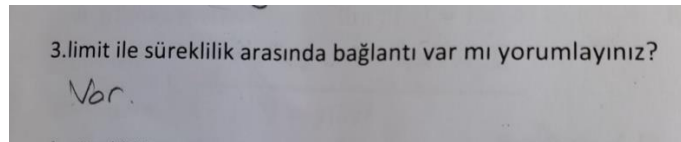
Şekil 4.17. Ö<sub>5</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>5</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “Her limit sürekli olmak zorunda değildir.” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Öğrencinin verdiği cevap, (1) bağlantısındaki açıklamaya denktir.



Şekil 4.18. Ö<sub>48</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>48</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “limitin tanımsızlık önemli değil, süreklilik tanımlı olmalı.” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



Şekil 4.19. Ö<sub>3</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>3</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “var” şeklinde bir ifade kullanmıştır. Öğrenci bir bağlantı olduğunu duymuş ama ne olduğunu hatırlayamamıştır. Dolayısıyla herhangi bir açıklama yapmamıştır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin cevaplarından araştırmanın 3. sorusuna kısmen doğru cevap kategorisine alınabilecek cevap tespit edilememiştir.

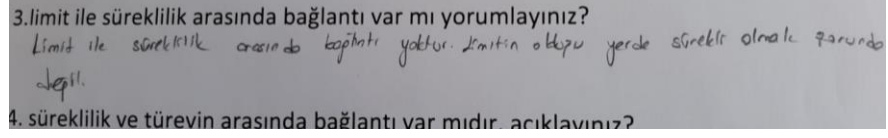
Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 3. sorusuna verdikleri yanlış cevap tiplerinin öğrencilere göre dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.8. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 3.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı

Yanlış Cevaplar Tipleri	Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Bağlantı yoktur	Ö <sub>14</sub> , Ö <sub>10</sub> , Ö <sub>17</sub> , Ö <sub>32</sub> , Ö <sub>49</sub> ,	5	10
Limit varsa süreklidir	Ö <sub>6</sub> , Ö <sub>11</sub> , Ö <sub>18</sub> , Ö <sub>33</sub> ,	4	8
Süreklilik yoksa limit yoktur	Ö <sub>34</sub>	1	2
Limit ve süreklilik eğim bulmak için kullanılır	Ö <sub>8</sub>	1	2
$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$	Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>29</sub> , Ö <sub>1</sub>	3	6

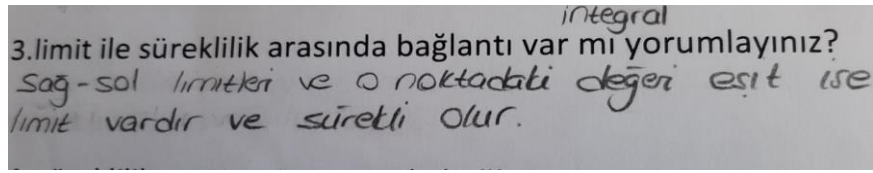
Tablo incelendiğinde; 5 mühendislik fakültesi öğrencisi limit ile süreklilik arasında bir bağlantı olmadığını “Bağlantı yoktur.” şeklinde ifade ettiği, 4 öğrencinin “Limit varsa süreklidir.” şeklinde bir açıklama yaptığı, 1 öğrencinin “Süreklilik yoksa limit yoktur.” şeklinde bir açıklama yaptığı ve 1 öğrencinin de “Limit ve süreklilik eğim bulmak için kullanılır.” şeklinde bir açıklama yaptığı görülmektedir. 3 öğrencinin ise tanım yaptığı bağlantı kurmadığı tespit edilmiştir.

“Limit ile süreklilik arasında bağlantı var mı yorumlayınız?” sorusuna yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



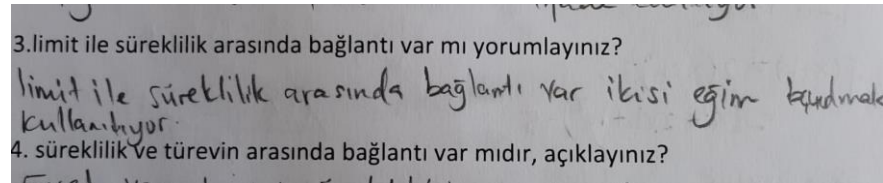
Şekil 4.20. Ö<sub>14</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>14</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “bağlantı yoktur” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



Şekil 4.21. Ö<sub>6</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>6</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “sağ ve sol limitleri ve o noktadaki değeri eşit ise limit vardır ve sürekli olur.” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



Şekil 4.22. Ö<sub>8</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>8</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “Limit ve süreklilik eğim bulmak için kullanılıyor.” şeklinde bir ifade kullanmıştır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinden araştırmanın 3. sorusuna 3 öğrencinin cevap vermediği tespit edilememiştir.



### 4.3. Dördüncü Araştırma Sorusuna Ait Bulgular

Araştırmanın dördüncü sorusu olan “süreklilik ve türevin arasında bağlantı var mıdır, açıklayınız?” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 4. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin öğrencilere göre dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.9. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 4. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımı

Doğru Cevap Tipleri	Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Türev varsa o nokta mutlaka süreklidir.	Ö <sub>13</sub> , Ö <sub>16</sub> , Ö <sub>8</sub> , Ö <sub>39</sub> , Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>48</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>6</sub> , Ö <sub>20</sub> , Ö <sub>27</sub> , Ö <sub>30</sub> , Ö <sub>31</sub> , Ö <sub>38</sub> , Ö <sub>45</sub> , Ö <sub>19</sub> , Ö <sub>14</sub> , Ö <sub>28</sub> , Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>33</sub> , Ö <sub>36</sub>	20	40
Süreklilik olmadan türev işlemi yapılmaz.	Ö <sub>22</sub> , Ö <sub>18</sub> , Ö <sub>49</sub>	3	6
Sürekli olan bir fonksiyonun türevi olmak zorunda değildir.	Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>24</sub> , Ö <sub>34</sub> , Ö <sub>47</sub>	4	8
Türevli ise süreklidir ama süreklilyse türevi olmayabilir.	Ö <sub>9</sub>	1	2

Tablo incelendiğinde, araştırmanın 4. Sorusuna 20 öğrencinin “Türev olabilmek için süreklilik olmak zorunda.” şeklinde bir açıklama yaptığı, 3 öğrencinin “Süreklilik olmadan türev işlemi yapılmaz” şeklinde bir açıklama yaptığı ve 4 öğrencinin de “Süreklilyse türevi olmak zorunda değil.” şeklinde bir açıklama yaptığı 1 öğrencinin ise “Türevli ise süreklidir ama süreklilyse türevi olmayabilir” tipinde cevap verdiği belirlenmiştir.

“Sürekli ve türevin arasında bağlantı var mıdır, açıklayınız?” sorusuna doğru cevap veren Ö<sub>9</sub> kodlu öğrencinin örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

4. sürekli ve türevin arasında bağlantı var mıdır, açıklayınız?  
Fonksiyon türevli ise sürekli, ama sürekliyse türevli olmayabilir.

Şekil 4.23. Ö<sub>9</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>9</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, sürekli ve türevin arasındaki bağlantıyı “Türevli ise sürekli, ama sürekliyse türevli olmayabilir” şeklinde ifade etmiştir.

4. sürekli ve türevin arasında bağlantı var mıdır, açıklayınız?  
Türevin olabilmesi için süreklilik (devamlılık) olması zorunludur.

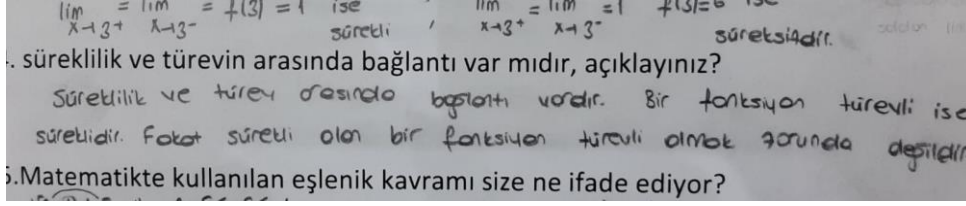
Şekil 4.24. Ö<sub>19</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>19</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, bir fonksiyonun türevli olabilmesi için sürekli olması gerektiğini vurgulamıştır.

4. sürekli ve türevin arasında bağlantı var mıdır, açıklayınız?  
Süreklilik olmadan türev işlemi yapılmaz.

Şekil 4.25. Ö<sub>22</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>22</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “süreklilik olmadan türev işlemi yapılmaz.” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



Şekil 4.26. Ö<sub>1</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>1</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, "sürekli olan bir fonksiyon türevli olmak zorunda değildir." şeklinde bir ifade kullanmıştır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 4. Sorusuna verdikleri cevaplardan kısmen doğru cevap kategorisine girebilecek cevaba rastlanmamıştır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 4. sorusuna verdikleri yanlış cevap tiplerinin öğrencilere göre dağılımları Tablo 4.10'da verilmiştir.

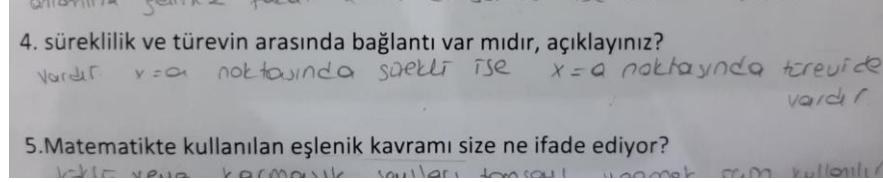
Tablo 4.10. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 4.sorusuna verdikleri yanlış cevapların dağılımı.

Yanlış Cevaplar Tipleri	Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Bir nokta sürekliyse türevi de vardır.	Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>7</sub> , Ö <sub>12</sub> Ö <sub>17</sub> , Ö <sub>21</sub> , Ö <sub>32</sub> , Ö <sub>42</sub> Ö <sub>46</sub> ,	9	18
Türev sürekli olmaz.	Ö <sub>25</sub>	1	2
Türev sürekli bir noktadaki eğimdir.	Ö <sub>41</sub> , Ö <sub>40</sub>	2	4
Yok (herhangi bir açıklama yapılmamış)	Ö <sub>29</sub> , Ö <sub>44</sub> , Ö <sub>10</sub> , Ö <sub>15</sub>	4	8

Tablo incelendiğinde; 9 mühendislik fakültesi öğrencisinin süreklilik ve türevin arasındaki bağlantıyı "Bir noktada sürekliyse türevi de vardır." şeklinde ifade ettiğini, 1 öğrencinin "Türev sürekli olmaz." şeklinde bir açıklama yaptığı, 5 öğrencinin "Her sürekli fonksiyonun türevi vardır." Şeklinde bir açıklama yaptığı, 2

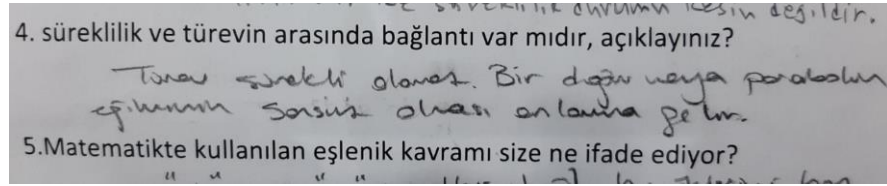
öğrencinin “Türev sürekli bir noktadaki eğimdir.” şeklinde bir açıklama yaptığı ve 4 öğrencinin de “yok” şeklinde bir ifade kullanıp açıklama yapmadığı görülmektedir.

“Sürekli ve türevin arasında bağlantı var mıdır, açıklayınız?” sorusuna yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



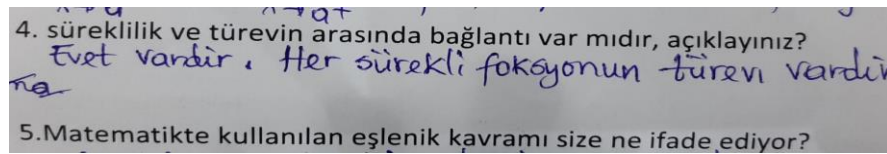
Şekil 4.27. Ö<sub>12</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>12</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “bir nokta sürekliyse türevi de vardır.” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



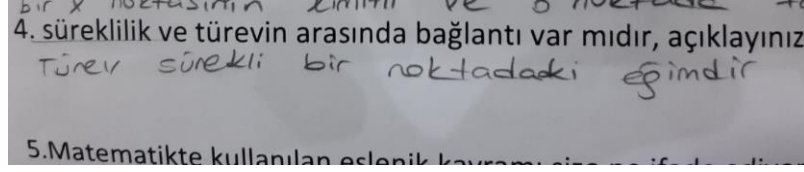
Şekil 4.28. Ö<sub>25</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>25</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “türev sürekli olmaz” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



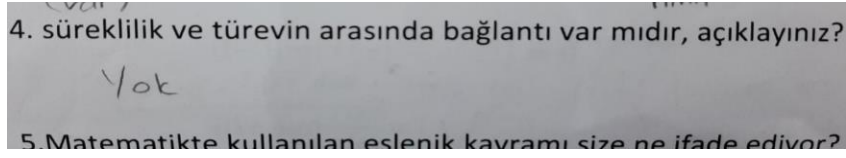
Şekil 4.29. Ö<sub>2</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>2</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “her sürekli fonksiyonun türevi vardır.” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



Şekil 4.30. Ö<sub>41</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>41</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “türev sürekli bir noktadaki eğimdir.” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



Şekil 4.31. Ö<sub>29</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>29</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “yok” şeklinde bir ifade kullanmış ve herhangi bir açıklama yapmamıştır.

Çalışmaya katılan öğrencilerinden, 6’sı (Ö<sub>11</sub>, Ö<sub>35</sub>, Ö<sub>3</sub>, Ö<sub>26</sub>, Ö<sub>43</sub>, Ö<sub>50</sub>) araştırmanın 4. sorusuna cevap vermemiştir.

#### 4.4. Beşinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular

Araştırmanın beşinci sorusu olan “Türevin tanımını  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  kullanarak  $f(x) = 2x^2 - 5$  fonksiyonunun türevini bulun.” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 5. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımları Tablo 4.11’de verilmiştir.

Tablo 4.11. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 5. sorusuna verdikleri doğru cevapların frekans ve yüzdeleri.

Doğru Cevap	Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
$f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ tanımını kullanmış.	Ö <sub>11</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>12</sub> , Ö <sub>22</sub> , Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>29</sub> , Ö <sub>36</sub> , Ö <sub>42</sub> ,	10	20

Tablo incelendiğinde, araştırmanın 5. Sorusuna öğrencilerin %20'sinin (f=10) doğru cevap verdiği görülmektedir.

“Türevin tanımını  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  kullanarak  $f(x) = 2x^2 - 5$  fonksiyonunun türevini bulun.” sorusuna doğru cevap veren Ö<sub>11</sub> kodlu öğrencinin örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

5. Türevin tanımı  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  kullanarak  $f(x) = 2x^2 - 5$  fonksiyonunun türevini bulun? (4x)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{2(x+h)^2 - 5 - (2x^2 - 5)}{h}$$

$$= \frac{2(x^2 + 2xh + h^2) - 5 - 2x^2 + 5}{h}$$

$$= \frac{2x^2 + 4xh + 2h^2 - 5 - 2x^2 + 5}{h}$$

$$= \frac{4xh + 2h^2}{h}$$

$$= 4x + 2h \xrightarrow{h \rightarrow 0} 4x$$

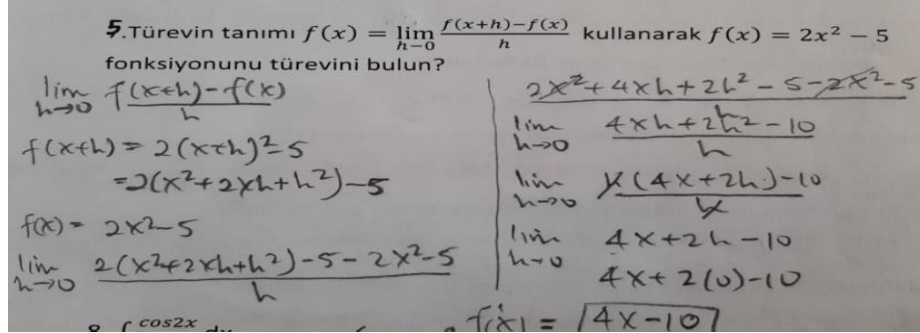
Şekil 4.32. Ö<sub>11</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>11</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin,  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  tanımını kullanarak soruyu cevaplandığı görülmüştür. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 5. sorusuna verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.12. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 5.soruya verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin sınıflandırılması

Kısmen Doğru Cevap Tipleri	Kısmen Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
$f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ <p>(Tanımı kullanmış ama sonuç yanlış cevap).</p>	<p>4x-10 bulmuş Ö<sub>8</sub></p> <p>2x bulmuş Ö<sub>9</sub>, Ö<sub>46</sub></p> <p>8x bulmuş Ö<sub>10</sub>, Ö<sub>17</sub></p>	5	10

Tablo incelendiğinde, 5 öğrencinin  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  tanımını kullandığı fakat doğru cevaba ulaşamadığı (tanımı kullanmış ama sonuç yanlış cevap) belirlenmiştir. Örnek öğrenci cevapları aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.33. Ö<sub>8</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>8</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, istenilen şekilde tanımı kullanmış fakat sonucu “4x-10” bulup soruyu yanlış cevaplamıştır.

5. Türevin tanımı  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  kullanarak  $f(x) = 2x^2 - 5$  fonksiyonunu türevini bulun?

$$\lim_{h \rightarrow 0} = \frac{2(x+h)^2 - 5 - (2x^2 - 5)}{h}$$

$$= \frac{2x^2 + 2xh + h^2 - 5 - 2x^2 + 5}{h} = \frac{h(2x+h)}{h} = 2x+h$$

$h \rightarrow 0$   
 $= 2x$

Şekil 4.34. Ö<sub>46</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>46</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi de istenilen tanımı kullanmış fakat sonucu “2x” bularak yanlış cevaplamıştır.

5. Türevin tanımı  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  kullanarak  $f(x) = 2x^2 - 5$  fonksiyonunu türevini bulun?

$$\frac{f(x) - f(x) + f(h)}{h} \rightarrow \frac{(2x^2 - 5) - (2x^2 - 5) + f(h)}{h} \rightarrow \frac{f(h)}{h} = \frac{0}{0}$$

$$\rightarrow \frac{(2x^2 - 5) - (-2x^2 + 5) + f(h)}{h} \rightarrow \frac{4x^2 - 10 + f(h)}{h} \rightarrow 8x$$

Şekil 4.35. Ö<sub>17</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>17</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi de istenilen tanımı kullanmış fakat sonucu “8x” bularak yanlış cevaplamıştır. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 5. sorusuna verdikleri yanlış cevap tipleri dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.13. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 5.sorusuna verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı

Yanlış Cevaplar Tipleri	Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Tanım kullanmamış	Ö <sub>25</sub> , Ö <sub>13</sub> , Ö <sub>14</sub> , Ö <sub>15</sub> , Ö <sub>16</sub> , Ö <sub>18</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>6</sub> ,		
$f(x) = 2x^2 - 5 \Rightarrow$	Ö <sub>7</sub> , Ö <sub>19</sub> , Ö <sub>20</sub> , Ö <sub>24</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>27</sub> , Ö <sub>28</sub> , Ö <sub>30</sub> , Ö <sub>31</sub> , Ö <sub>32</sub> ,	28	56



$f'(x) = 4x$	Ö <sub>33</sub> , Ö <sub>34</sub> , Ö <sub>35</sub> , Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>38</sub> , Ö <sub>43</sub> , Ö <sub>44</sub> , Ö <sub>49</sub> , Ö <sub>45</sub> , Ö <sub>48</sub> ,		
Tanım kullanmamış 0 bulmuş.	Ö <sub>21</sub> , Ö <sub>39</sub> , Ö <sub>26</sub> , Ö <sub>40</sub>	4	8
Tanımı yanlış şekilde kullanmış.	Ö <sub>47</sub> , Ö <sub>50</sub>	2	4

Tablo incelendiğinde, 28 mühendislik fakültesi öğrencisinin, Türevin tanımı  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  kullanmayıp  $f(x) = 2x^2 - 5$  fonksiyonunun türevini hesapladığı, 4 öğrencinin tanım kullanmayıp sonucu 0 olarak bulduğu ve 2 öğrencinin de tanım yanlış şekilde kullandığı görülmektedir. “Türevin tanımını  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  kullanarak  $f(x) = 2x^2 - 5$  fonksiyonunun türevini bulun.” sorusuna yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

5. Türevin tanımı  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$  kullanarak  $f(x) = 2x^2 - 5$  fonksiyonunu türevini bulun?

$$f(x) = 2x^2 - 5$$

$$f'(x) = 4x$$

Şekil 4.36. Ö<sub>25</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Ö<sub>25</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi soruda, türevin tanımını kullanarak çözüm bulması istenmiş olmasına rağmen, doğrudan türev alma kuralını kullanarak cevaba ulaşmıştır. Diğer 28 öğrenci de benzer çözümü yapmıştır. Bu şekilde yapılan çözümün sonucu her ne kadar yanlış olmasa da soruda istenen çözüm yolu bu değildir. Öğrenciler, türev tanımını kullanmayı bilmediklerinden veya ezber yoluyla çözüme ulaşabileceklerini düşündüklerinden böyle bir çözüm yolu kullanmışlardır.

5. Türevin tanımı  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  kullanarak  $f(x) = 2x^2 - 5$  fonksiyonunu türevini bulun?

$\sin x = u$   
 $\cos x \cdot dx = du$

$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 0$

Şekil 4.37. Ö<sub>26</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>26</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi hem tanım kullanmamış hem de sonucu “0” bularak yanlış cevaplamıştır.

5. Türevin tanımı  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  kullanarak  $f(x) = 2x^2 - 5$  fonksiyonunu türevini bulun?

$f(0) = -5$

$\frac{f(x+h) - 2x^2 - 5}{h}$        $\frac{f(h) + 5}{h}$

Şekil 4.38. Ö<sub>47</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>47</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi,  $f(x + h)$  ifadesi ile  $f(x) + h$  ifadesini karıştırmış ve tanımı yanlış şekilde kullanmıştır.

#### 4.5. Altıncı Araştırma Sorusuna Ait Bulgular

Araştırmanın altıncı sorusu olan “ $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx = ?$ ” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 6. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin öğrencilere göre dağılımları Tablo. 4.14’te verilmiştir.

Tablo 4.14. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 6. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımları

Doğru Cevap Tipleri	Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Yarım açı formülleri ile çözüme başlanmış ve temel integral kuralları kullanılmış	Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>26</sub> , Ö <sub>25</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>36</sub> , Ö <sub>42</sub> , Ö <sub>10</sub> , Ö <sub>9</sub> , Ö <sub>39</sub> , Ö <sub>40</sub> , Ö <sub>44</sub> , Ö <sub>14</sub> ,	13	26

Tablo incelendiğinde, araştırmanın 6. Sorusuna öğrencilerin %26'sının (f=13) yarım açı formülleri ile çözüme başlayıp devamında temel integralleri kullanarak doğru cevaba ulaştığı belirlenmiştir.

“ $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx$ ?” sorusuna doğru cevaplar veren Ö<sub>37</sub> ve Ö<sub>14</sub> kodlu öğrencilerin örnek cevapları aşağıda sunulmuştur.

$$\begin{aligned} \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= 1 - 2\sin^2 x \\ &= 2\cos^2 x - 1 \end{aligned}$$

$$\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx \Rightarrow \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x} dx \Rightarrow \int \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} dx - \int \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} dx$$

$$= \cot x - 2x + C$$

Şekil 4.39. Ö<sub>37</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Şekildeki Ö<sub>37</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, yarım açı formülleri kullanarak integrali parçalamış ve devamında temel integralleri kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır.

$$\begin{aligned} \cos 2x &= 1 - 2\sin^2 x \\ &= 2\cos^2 x - 1 \end{aligned}$$

$$8. \int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx = -\cot x - 2x + C$$

$$= -\frac{1}{\tan x} - 2x + C$$

Şekil 4.40. Ö<sub>14</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>14</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, direkt doğru cevaba ulaşmıştır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 5. sorusuna verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.15. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 6.soruya verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin sınıflandırılması

Kismen Doğru Cevap Tipleri	Kismen Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Değişken değiştirme yapıp integral sonucu yanlış hesaplanmış	Ö <sub>21</sub> , Ö <sub>47</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>50</sub>	4	8

Tablo incelendiğinde 4 öğrencinin değişken değiştirme yapıp integrali ve işlemleri yanlış yaptığı belirlenmiştir. 6. soruya kısmen doğru cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

$$\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx = \frac{\cos 2x}{2} \cdot \frac{2}{1 + \sin 2x} = \frac{2 \cos 2x}{1 + \sin 2x}$$
$$\sin 2x = u \quad \frac{d \sin 2x}{dx} = 2 \cos 2x \quad dx = \frac{du}{2}$$
$$\frac{2 \cos 2x}{1 + u} \cdot \frac{2}{2} = \frac{4 \cos 2x}{1 + u}$$
$$4 \int \frac{du}{1 + u}$$

Şekil 4.41. Ö<sub>21</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>21</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, değişken değiştirme yapmış fakat integrali veya işlemleri yanlış şekilde kullanmıştır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 6. sorusuna verdikleri yanlış cevap tiplerinin öğrencilere göre dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.16. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 6.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı

Yanlış Cevaplar Tipleri	Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	F	%
Yarım açı formülleri ile çözüme başlanıp devamı yapılmayan	Ö <sub>27</sub> , Ö <sub>34</sub> , Ö <sub>7</sub> , Ö <sub>15</sub> , Ö <sub>49</sub> , Ö <sub>43</sub> , Ö <sub>38</sub> , Ö <sub>19</sub> , Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>8</sub> , Ö <sub>45</sub> , Ö <sub>24</sub> , Ö <sub>18</sub> , Ö <sub>13</sub> , Ö <sub>28</sub> Ö <sub>20</sub> , Ö <sub>35</sub> , Ö <sub>16</sub> , Ö <sub>12</sub> ,	19	38
İlgisiz yanlış çözüm	Ö <sub>11</sub> , Ö <sub>32</sub> , Ö <sub>17</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>6</sub> , Ö <sub>31</sub> , Ö <sub>48</sub> , Ö <sub>33</sub> , Ö <sub>30</sub> , Ö <sub>22</sub> ,	11	22

Tablo incelendiğinde, 19 mühendislik fakültesi öğrencisi,  $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx$  integral sorusunun çözümüne, yarım açı formülleri ile başlayıp devamında ise hiçbir işlem yapmadığı, 11 öğrencinin yaptığı çözümün; sorulan integralle hiçbir ilgisinin olmadığı belirlenmiştir.

“ $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx$ ?” sorusuna yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının yanlış kategorisinde değerlendirilen örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

$$\int \frac{\cos 2x - \sin^2 x}{\sin^2 x} \rightarrow \int \frac{2\sin^2 x - 1}{\sin^2 x} \Rightarrow \int (2 - \frac{1}{\sin^2 x}) dx$$

$$= 2 \int 1 dx - \int \frac{1}{\sin^2 x} dx$$

$\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx$ 
 $\sin 2x = 2 \cdot \cos x \cdot \sin x$ 
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ 
 $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Şekil 4.42. Ö<sub>27</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>27</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, kâğıda sadece yarım açı formüllerini yazmış fakat devamında integralle ilgili hiçbir işlem yapmamıştır.

$$\frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx \rightarrow \frac{x + \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{2} - \frac{x}{2 + \tan\left(\frac{x}{2}\right)} - \log\left(\tan^2\left(\frac{x}{2}\right) + 1\right) + \log\left(\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right) - \cos\left(\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right) - \frac{x}{\tan\left(\frac{x}{2}\right)} - 2 \log\left(\frac{1}{\cos x + 1}\right) + 2 \log\left(\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right) - \log 4 + C$$

Şekil 4.43. Ö<sub>11</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>11</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, sorulan integrale hiçbir ilgisi olmayan işlemler yapmıştır. Bu cevaptan, öğrencinin integral alma kurallarını anlamadığı anlaşılmaktadır.

$$6. \int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx \rightarrow f(x) \Rightarrow \ln|\sin^2 x| + C$$

Şekil 4.44. Ö<sub>48</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Şekildeki Ö<sub>48</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, logaritmanın türevinin olduğunu düşünmüş ve cevabı direkt yazmış fakat yanlış cevaba ulaşmıştır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinden, 3'ünün (Ö<sub>46</sub>, Ö<sub>29</sub>, Ö<sub>41</sub>) araştırmanın 6. sorusunu boş bıraktığı belirlenmiştir.

#### 4.6. Yedinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular

Araştırmanın yedinci sorusu olan “ $\int \frac{dx}{x^2 - 5x + 6} = ?$ ” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 7. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımları Tablo 4.17’de verilmiştir.

Tablo 4.17. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 7. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımları

Doğru Cevap Tipleri	Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Basit kesrin ayırma metodunu kullanarak yapılan çözüm	Ö <sub>27</sub> , Ö <sub>38</sub> , Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>14</sub> , Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>21</sub> , Ö <sub>12</sub> , Ö <sub>35</sub> , Ö <sub>9</sub> , Ö <sub>39</sub> Ö <sub>46</sub> ,	11	22
Basit kesirlere ayırma yöntemi ile zihinden cevaplama	Ö <sub>47</sub> , Ö <sub>11</sub> , Ö <sub>10</sub> , Ö <sub>48</sub> , Ö <sub>44</sub>	5	10

Tablo incelendiğinde, araştırmanın 7. Sorusuna öğrencilerin %22'sinin (f=11) basit kesrin ayırma metodunu kullanarak çözüm yaptığı ve doğru cevaba ulaştığı, % 10'nu ise (f=5) doğru cevabı direk olarak zihinden hesaplayıp yazdıklarını belirtmişlerdir.

“ $\int \frac{dx}{x^2-5x+6} = ?$ ” sorusuna doğru cevaplar veren Ö<sub>27</sub> ve Ö<sub>47</sub> kodlu öğrencilerin örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

Handwritten solution for the integral  $\int \frac{dx}{x^2-5x+6}$ . The student uses partial fraction decomposition:

$$\int \frac{dx}{x^2-5x+6} \rightarrow \int \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-2} = 1 \rightarrow \int \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} dx$$

The student then solves the system of equations:

$$\begin{aligned} A+B &= 0 \rightarrow 2A+2B=0 \\ -3A-2B &= 1 \rightarrow -3A-2B=1 \end{aligned}$$

The final result is  $A=-1$  and  $B=1$ .

Şekil 4.45. Ö<sub>27</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>27</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, basit kesirlere ayırma metodunu kullanarak çözüm yapmış ve doğru sonuca ulaşmıştır.

$$7. \int \frac{dx}{x^2-5x+6} = \int \frac{dx}{(x-3)(x-2)} = \ln|x-3| - \ln|x-2|$$

Şekil 4.46. Ö<sub>47</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>47</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, cevabı direkt olarak yazmıştır. Uygulama esnasında öğrenciye nasıl bu cevaba ulaştığı sorulduğunda zihinden işlem yaptığını açık olarak yazmaya gerek duymadığını belirtmiştir. Öğrenciler basit kesirlere ayırma metodunda

$$\int \frac{dx}{(x-a)(x-b)} = \frac{1}{|b-a|} \ln \left| \frac{x-a}{x-b} \right|; 0 < b < a$$

şeklinde formülleştirme yaptıklarını ifade etmişlerdir. Öğrenciler, bu formülleştirmeyi bildikleri için direkt olarak doğru cevaba ulaşmışlardır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 7. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımları Tablo 4.18’de verilmiştir.

Tablo 4.18. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 7. sorusuna verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin dağılımları

Kısmen Doğru Cevap Tipleri	Kısmen Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Basit kesirlere ayrılmış, A ve B değerleri bulunmuş, integral hesaplanmamış	Ö <sub>22</sub> , Ö <sub>7</sub> , Ö <sub>24</sub> , Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>29</sub> , Ö <sub>18</sub> , Ö <sub>36</sub> , Ö <sub>41</sub> ,	8	16

Tablo incelendiğinde, 8 öğrencinin soruyu basit Kesirlere ayırıp A ve B değerlerini bulduğu fakat integrali hesaplamadığı belirlenmiştir.



“ $\int \frac{dx}{x^2-5x+6}$ ?” sorusuna kısmen doğru cevap veren bir öğrenci örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

Handwritten student solution for the integral of  $\frac{1}{x^2-5x+6}$ . The student shows partial fraction decomposition:  $\frac{1}{x^2-5x+6} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-2}$ . They then substitute  $x=2$  and  $x=3$  to solve for  $A$  and  $B$ . The final result is written as the integral of  $\frac{-2x+3}{(x-3)(x-2)}$ .

Şekil 4.47. Ö<sub>22</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>22</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi soruyu basit kesirlere ayırmış; A ve B değerlerini bulmuş fakat integrali hesaplamamıştır. Öğrenci, kesri basit kesirlere ayırıp çözmek istemiş fakat yanlış parçalama yaptığı için katsayıları yanlış bulmuş ve sonra integral çözümünü devam ettirmemiştir.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmamızın 7. sorusuna verdikleri yanlış cevap tiplerinin öğrencilere göre dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.19. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 7.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı.

Yanlış Cevaplar Tipleri	Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	F	%
Sadece $\int \frac{dx}{(x-2)(x-3)}$ yazılmış	Ö <sub>45</sub> , Ö <sub>15</sub> , Ö <sub>26</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>32</sub> ,	6	12
Yanlış çözüm	Ö <sub>17</sub> , Ö <sub>6</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>49</sub> , Ö <sub>40</sub> , Ö <sub>19</sub> , Ö <sub>33</sub> , Ö <sub>13</sub> , Ö <sub>20</sub> , Ö <sub>16</sub> , Ö <sub>34</sub> , Ö <sub>30</sub> , Ö <sub>8</sub>	14	28

Tablo incelendiğinde, 9 mühendislik fakültesi öğrencisinin,  $\int \frac{dx}{x^2-5x+6}$  sorusunun cevabını direkt yanlış olarak yazdığı, 8 öğrencinin soruyu basit Kesirlere ayırıp A ve

B değerlerini bulduğu fakat integrali hesaplamadığı, 6 öğrencinin sadece  $\int \frac{dx}{(x-2)(x-3)}$  yazıp başka bir işlem yapmadığı ve 14 öğrencinin de verdiği cevabın sorulan integral sorusuyla hiçbir ilgisi olmadığı görülmektedir.

“ $\int \frac{dx}{x^2-5x+6}$ ?” sorusuna yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

$$\int \frac{dx}{x^2-5x+6} = \ln |x^2-5x+6| + C$$

Şekil 4.48. Ö<sub>40</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>40</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, sonucu direkt olarak yazmış fakat yanlış sonuca ulaşmıştır.

$$\int \frac{dx}{x^2-5x+6} = \int \frac{dx}{(x-3) \cdot (x-2)}$$

$\begin{matrix} x & -3 \\ x & -2 \end{matrix}$

Şekil 4.49. Ö<sub>45</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>45</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, sadece  $\int \frac{dx}{(x-2)(x-3)}$  şeklinde bir ifade kullanmıştır. Öğrenci sadece paydayı çarpanlara ayırıp yazmış başka hiçbir işlem yapmamıştır.

$$\int \frac{dx}{x^2-5x+6} = \frac{x}{\frac{x^2}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x} = \frac{2x^3}{6} - \frac{15x^2}{6} + \frac{36x}{6} + \frac{6x}{2x^3 - 15x^2 + 36x}$$

$(x-3)(3x-5) \Rightarrow \frac{6x}{2x^3 - 15x^2 + 36x}$

10.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{(x-3)^2} = b, b \in R$  ise a değeri ne olmalıdır.

Şekil 4.50. Ö<sub>17</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>17</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, sorulan integralle hiçbir ilgisi olmayan yanlış bir çözüm kullanmıştır. Bu cevap öğrencinin integral konusunu tamamen yanlış anladığını göstermektedir.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinden, 5 öğrencinin (Ö<sub>31</sub>, Ö<sub>25</sub>, Ö<sub>43</sub>, Ö<sub>50</sub>, Ö<sub>28</sub>, Ö<sub>42</sub>) araştırmanın 7. sorusunun cevabını boş bıraktığı belirlenmiştir

#### 4.7. Sekizinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular

Araştırmanın sekizinci sorusu olan “ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = b$ ,  $b \in R$  ise  $a$  değeri ne olmalıdır sebebini açıklayınız?” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinden, araştırmanın 8. sorusunda verdikleri doğru cevapların sebebini açıklayan öğrenci olmadığı için doğru cevap tipleri kategorisinde öğrenci olmadığı belirlenmiştir.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 8. sorusuna verdikleri kısmen doğru cevap tiplerinin öğrencilere göre dağılımları Tablo 4.20’de verilmiştir.

Tablo 4.20. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 8. sorusuna verdikleri doğru cevap tiplerinin dağılımları

Doğru Cevap Tipleri	Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Cevap doğru bulunmuş, sebeb açıklanmamış	Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>6</sub> , Ö <sub>15</sub> , Ö <sub>16</sub> , Ö <sub>29</sub> , Ö <sub>21</sub> , Ö <sub>35</sub> , Ö <sub>50</sub> , Ö <sub>7</sub> , Ö <sub>10</sub> , Ö <sub>13</sub> , Ö <sub>14</sub> , Ö <sub>26</sub> , Ö <sub>28</sub> , Ö <sub>41</sub> , Ö <sub>45</sub>	18	36
Çarpanlara ayırma metodu ile doğru çözüme ulaşılmış	Ö <sub>39</sub> , Ö <sub>9</sub> , Ö <sub>31</sub> , Ö <sub>32</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>46</sub>	7	14
Çarpanlara ayırma metodunu kullanılmış, yanlış cevap	Ö <sub>47</sub> , Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>22</sub> , Ö <sub>12</sub>	4	8

Tablo incelendiğinde, araştırmanın 8. Sorusuna öğrencilerin %50'sinin (f=25) doğru cevap verdiği fakat sebebini açıklamadığı, 4 öğrencinin çarpanlara ayırma metodunu kullandığı fakat yanlış çözüme ulaştığı belirlenmiştir.

“ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = b, b \in R$  İse a değeri ne olmalıdır sebebini açıklayınız?” sorusuna kısmen doğru cevap veren Ö<sub>37</sub> kodlu öğrencinin örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

8.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = b, b \in R$  İse a değeri ne olmalıdır sebebini açıklayınız?

$\frac{0}{0} = \frac{0}{0}$  belirsizliği

$$\begin{aligned} x^2 + ax + 5 &= 0 \\ 9 + 3a + 5 &= 0 \\ 3a &= -14 \\ a &= -14/3 \end{aligned}$$

Şekil 4.51. Ö<sub>37</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>37</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “a” değerini direkt olarak bulmuştur. Öğrenci  $\frac{0}{0}$  belirsizliği durumunda reel sayı sonucuna ulaşılacağı bilgisine sahiptir ve payı 0 eşitleyerek a değerini bulmuştur.

8.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = b, b \in R$  İse a değeri ne olmalıdır sebebini açıklayınız?

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3) \cdot (x-\frac{5}{3})}{x-3}$

$$\begin{aligned} x^2 + ax + 5 &= (x-3)(x-\frac{5}{3}) \\ x^2 + ax + 5 &= x^2 - \frac{11}{3}x + 5 \end{aligned}$$

$a = -3 - \frac{5}{3} = -\frac{14}{3}$

Şekil 4.52. Ö<sub>39</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>39</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, çarpanları ayırma metodu ile çözüme ulaşmıştır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 8. sorusuna verdikleri yanlış cevap tipleri dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.21. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 8.soruya verdikleri yanlış cevap tipleri dağılımı

Yanlış Cevaplar Tipleri	Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Türev almak	Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>40</sub> , Ö <sub>24</sub> , Ö <sub>48</sub> , Ö <sub>43</sub> , Ö <sub>11</sub> , Ö <sub>49</sub> , Ö <sub>42</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>17</sub> , Ö <sub>18</sub> , Ö <sub>19</sub> , Ö <sub>27</sub> , Ö <sub>30</sub> , Ö <sub>33</sub>	15	30
$-\infty$ 'a eşitlemek	Ö <sub>34</sub> , Ö <sub>20</sub> , Ö <sub>44</sub>	3	6
Çarpanlara ayırma yapmak	Ö <sub>8</sub>	1	2

Tablo incelendiğinde, 3 mühendislik fakültesi öğrencisinin  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = b$ ,  $b \in R$  İse a değeri ne olmalıdır sebebini açıklayınız? Sorusuna 15 öğrencinin türevi aldığı, 3 öğrencinin “ $-\infty$ ” şeklinde bir tanımlama yaptığı, 1 öğrencinin “a” için bir aralık tahmini yapmış olduğu ve 1 öğrencinin de ikinci dereceden bir ayırma yaptığı görülmektedir.

“ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = b$ ,  $b \in R$  İse a değeri ne olmalıdır sebebini açıklayınız?” sorusuna yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

8.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = b$ ,  $b \in R$  İse a değeri ne olmalıdır sebebini açıklayınız?

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = -\infty$        $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = -\infty$  }  $a = -\infty$

Şekil 4.53. Ö<sub>34</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>34</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi,  $-\infty$  şeklinde bir ifade kullanmıştır. Öğrenci soruyu tamamen yanlış anlamış ve yanlış çözümlenmiştir.

8.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = b, b \in \mathbb{R}$  ise a değeri ne olmalıdır sebebini açıklayınız?

$2x+a=0$   
 $2 \cdot 3+a=0$   
 $6+a=0$   $a=-6$

$\frac{0}{0}$  belirsizliğini kaldırmak için türev al.

Şekil 4.54. Ö<sub>23</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>23</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, türevi alarak sıfıra eşitlemiştir. Bu cevabın sorunun çözümü ile hiçbir ilgisi yoktur.

8.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = b, b \in \mathbb{R}$  ise a değeri ne olmalıdır sebebini açıklayınız?

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3) \cdot A}{x-3} \quad (x-3) \cdot A = x^2+ax+5$   
 $x^2+ax+5 = b \cdot (x-3)$

Şekil 4.55. Ö<sub>47</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>47</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, çarpanları ayırma metodunu kullanmayı denemiş fakat herhangi ilerleme göstermemiştir.

8.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = b, b \in \mathbb{R}$  ise a değeri ne olmalıdır sebebini açıklayınız?

Eğer  $\Delta < 0$  ise  $x^2+ax+5 = b(x-3)$  için  $x^2$ 'e sağdan veya soldan yaklaşırken  $-2\sqrt{b} \leq a \leq 2\sqrt{b}$  arası da olmalı. Bu aralıklarda her hangi bir  $b \in \mathbb{R}$  şartını sağlayamaz.

$b=0$  için  $a^2-4 \leq 0$   
 $a^2 \leq 4$

Şekil 4.56. Ö<sub>25</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>25</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, ikinci derece denklemin deltası yardımıyla A için bir aralık tahmini yapmıştır. Bunun çözüm ile hiçbir alakası yoktur.

8.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+ax+5}{x-3} = b$ ,  $b \in \mathbb{R}$  ise  $a$  değeri ne olmalıdır sebebini açıklayınız?

$$\frac{x^2-ax+5}{x-2} = b$$

$$x^2-ax+5 = b(x-2)$$

$$x^2+ax+5 = b(x-3)$$

$$x^2+ax+5 = x-3$$

$$x^2+ax = x-8$$

$$x^2+ax+x-8=0$$

$$x^2+2ax-8=0$$

$$+4-2$$

$$2ax = -4$$

$$a = \frac{-4}{2}$$

$$a = -2$$

İkinci dereceden ayırma yapılır ondan sonra sonuç çıkarılır.

Şekil 4.57. Ö<sub>8</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>8</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, ikinci dereceden denklemleri çarpanlarına ayırmaya çalışmış fakat yanlış sonuca ulaşmıştır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinden, 1 öğrencinin (Ö<sub>3</sub>) araştırmanın 8. sorusunu cevaplamadığı belirlenmiştir.

#### 4.8. Dokuzuncu Araştırma Sorusuna Ait Bulgular

Araştırmanın dokuzuncu sorusu olan “ $\mathbb{R}$  kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$ ” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Öğrencilerin 4’ü (Ö<sub>27</sub>, Ö<sub>8</sub>, Ö<sub>7</sub>, Ö<sub>16</sub>) soruya doğru yanıt vermiştir fakat sebebini açıklanamamışlardır bu yüzden doğru kategorisinde öğrenci belirlenememiştir.

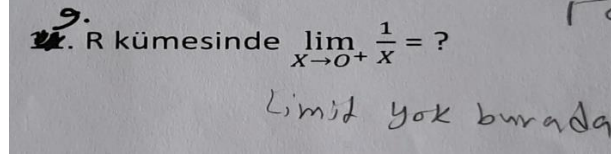
Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 9. sorusuna verdikleri kısmen doğru cevap tipleri dağılımları Tablo 4.22’ de verilmiştir.

Tablo 4.22. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 9. sorusuna verdikleri doğru cevap tipleri dağılımı

Kısmen Doğru Cevap Tipleri	Kısmen Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Limit yoktur	Ö <sub>27</sub> , Ö <sub>8</sub> , Ö <sub>7</sub> , Ö <sub>16</sub>	4	8

Tablo incelendiğinde, araştırmanın 9. Sorusuna öğrencilerin sadece %8’inin (f=4) doğru cevap verdiği görülmektedir.

“R kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$ ” sorusuna kısmen doğru cevap veren Ö27 kodlu öğrencinin örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.58. Ö27 kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö27 kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “Limit yok (doğru cevap)” şeklinde ifade kullanmıştır. Öğrencinin cevabı doğrudur fakat herhangi bir açıklama yapmadığı için bunu bilinçli olarak yazıp yazmadığını anlayamamaktayız.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 9. sorusuna verdikleri yanlış cevap tipleri dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.23. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 9.soruya verdikleri yanlış cevap tipleri dağılımı

Yanlış Cevaplar Tipleri	Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	f	%
$+\infty$	Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>6</sub> , Ö <sub>30</sub> , Ö <sub>44</sub> , Ö <sub>34</sub> , Ö <sub>42</sub> , Ö <sub>12</sub> , Ö <sub>48</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>35</sub> , Ö <sub>36</sub> , Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>24</sub> , Ö <sub>40</sub> , Ö <sub>49</sub> , Ö <sub>18</sub> , Ö <sub>41</sub> , Ö <sub>26</sub> , Ö <sub>14</sub> , Ö <sub>15</sub> , Ö <sub>38</sub> , Ö <sub>32</sub> , Ö <sub>11</sub> , Ö <sub>21</sub> , Ö <sub>28</sub> , Ö <sub>31</sub> , Ö <sub>10</sub> , Ö <sub>47</sub>	31	62
$-\infty$	Ö <sub>9</sub> , Ö <sub>33</sub>	2	4
$\emptyset$	Ö <sub>39</sub>	1	2
Reel sayı	Ö <sub>20</sub> , Ö <sub>19</sub> , Ö <sub>45</sub>	3	6
Sıfır	Ö <sub>46</sub> , Ö <sub>50</sub> , Ö <sub>29</sub> , Ö <sub>13</sub>	4	8
$(0, +\infty)$	Ö <sub>17</sub> , Ö <sub>25</sub>	2	4



Tablo incelendiğinde, 31 mühendislik fakültesi öğrencisinin R kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$  sorusuna “ $+\infty$ ” şeklinde bir sonuç bulduğu, 2 öğrencinin “ $-\infty$ ” şeklinde bir tanımlama yaptığı, 1 öğrencinin “ $\emptyset$ ” şeklinde tanımlama yaptığı, 3 öğrencinin “Reel sayı” şeklinde tanımlama yaptığı, 4 öğrencinin “Sıfır” şeklinde tanımlama yaptığı, 2 öğrencinin “ $(0, +\infty)$ ” şeklinde tanımlama yaptığı, 3 öğrencinin “(1) e yakın” şeklinde tanımlama yaptığını belirlenmiştir.

“R kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$ ” sorusuna yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

9. R kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$   
0'dan büyük değerlere gittiği için  $\rightarrow +\infty$

Şekil 4.59. Ö<sub>37</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

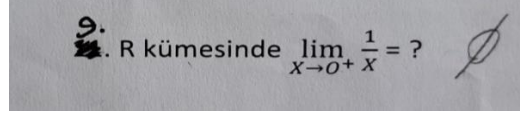
Yukardaki şekilde Ö<sub>37</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi,  $+\infty$  şeklinde bir ifade kullanmıştır. Öğrenci, çalışılan kümenin reel sayılar kümesi olduğuna dikkat etmemiş ve  $+\infty$  cevabını vermiştir. Limit değeri  $+\infty$ 'a yaklaşmaktadır fakat reel sayılar kümesine ait olmadığından cevap yanlış olarak değerlendirilmiştir.

9. R kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$   
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = -\infty$

Şekil 4.60. Ö<sub>9</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>9</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi,  $-\infty$  şeklinde bir ifade kullanmıştır.

Öğrenci, çalışılan kümenin reel sayılar kümesi olduğuna dikkat etmemiş ve  $-\infty$  cevabını vermiştir. Limit değeri  $+\infty$  a yaklaşmaktadır. Öğrencinin cevabı olan  $-\infty$  her durumda yanlış kabul edilir.

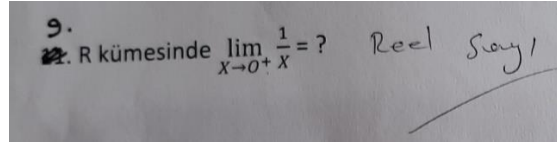


9. R kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$   $\emptyset$

Şekil 4.61. Ö<sub>39</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>39</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi,  $\emptyset$  şeklinde bir ifade kullanmıştır.

Öğrencinin kastetmek istediği şeyin ne olduğu anlaşılmamaktadır. Olmadığını anlatmak isterken boş küme sembolü koymuş olabilir.

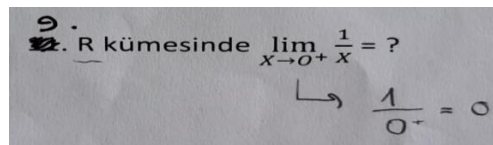


9. R kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$  Reel sayı

Şekil 4.62. Ö<sub>20</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>20</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “Reel sayı” şeklinde bir ifade kullanmıştır.

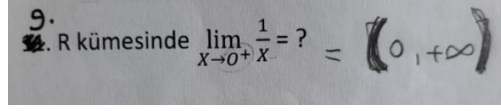
Öğrenci,  $c \neq 0, c \in \mathbb{R}; \frac{c}{0}$  ifadesinin reel sayı belirlemediğini bilmediği görülmektedir.



9. R kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$   
 $\hookrightarrow \frac{1}{0^+} = 0$

Şekil 4.63. Ö<sub>46</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

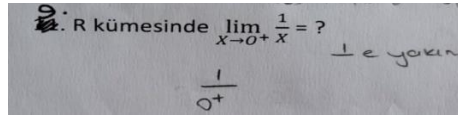
Yukardaki şekilde Ö<sub>46</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “sıfır şeklinde bir ifade kullanmıştır.



9. R kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ? = (0, +\infty)$

Şekil 4.64 . Ö<sub>17</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

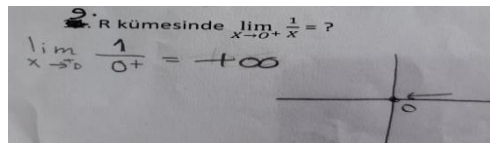
Yukardaki şekilde Ö<sub>17</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi,  $(0, +\infty)$  şeklinde bir ifade kullanmıştır.



9. R kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$   $\perp e$  yakın

Şekil 4.65. Ö<sub>43</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>43</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “ (1) e yakın” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



9. R kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$   
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{0^+} = +\infty$

Şekil 4.66. Ö<sub>32</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>32</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi,  $+\infty$  şeklinde bir ifade kullanmıştır.

Öğrenci çalışılan kümenin reel sayılar kümesi olduğuna dikkat etmemiş ve  $+\infty$  cevabını vermiştir. Limit değeri  $+\infty$  a yaklaşmaktadır fakat reel sayılar kümesine ait olmadığından cevap yanlıştır.

#### 4.9. Onuncu Araştırma Sorusuna Ait Bulgular

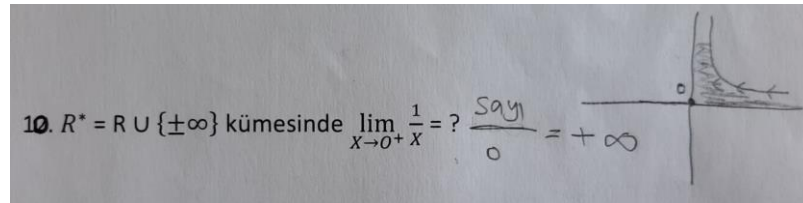
Araştırmanın onuncu sorusu olan “ $R^* = R \cup \{\pm\infty\}$  kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$ ” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 10. sorusuna verdikleri doğru cevap tipleri dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.24. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 10. sorusuna verdikleri doğru tipleri dağılımı

Doğru Cevap Tipleri	Doğru Cevap Veren Öğrenciler	f	%
$+\infty$	Ö <sub>28</sub> , Ö <sub>30</sub> , Ö <sub>34</sub> , Ö <sub>47</sub> , Ö <sub>25</sub> , Ö <sub>44</sub> , Ö <sub>20</sub> , Ö <sub>48</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>41</sub> , Ö <sub>45</sub> , Ö <sub>29</sub> , Ö <sub>15</sub> , Ö <sub>12</sub> , Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>33</sub> , Ö <sub>18</sub> , Ö <sub>11</sub> , Ö <sub>24</sub> , Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>31</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>46</sub> , Ö <sub>22</sub> ,	25	50

Tablo incelendiğinde araştırmanın “ $R^* = R \cup \{\pm\infty\}$  kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$ ” sorusuna öğrencilerin %50’sinin (f=25) doğru cevap verdiği görülmektedir. “ $R^* = R \cup \{\pm\infty\}$  kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$ ” sorusuna doğru cevap veren Ö<sub>28</sub> kodlu öğrencinin örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.67. Ö<sub>28</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde  $\ddot{O}_{28}$  kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi,  $+\infty$  şeklinde bir ifade kullanmıştır.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 10. sorusuna verdikleri yanlış cevap tipleri dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.25. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin 10.soruya verdikleri yanlış cevap tiplerinin dağılımı

Yanlış Cevaplar Tipleri	Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	f	%
0	$\ddot{O}_{49}, \ddot{O}_{50}, \ddot{O}_{13}, \ddot{O}_{26},$ $\ddot{O}_9, \ddot{O}_{16}, \ddot{O}_{14}, \ddot{O}_{42}$	8	16
$\emptyset$	$\ddot{O}_{36}, \ddot{O}_{21}, \ddot{O}_{35}, \ddot{O}_{32},$	4	8
(1) e yakın	$\ddot{O}_{43}, \ddot{O}_6, \ddot{O}_{19}, \ddot{O}_5,$ $\ddot{O}_{27}$	5	10
$-\infty$	$\ddot{O}_{38}, \ddot{O}_{10}, \ddot{O}_7, \ddot{O}_{39}, \ddot{O}_{40}$	5	10
$-\infty, +\infty$	$\ddot{O}_8, \ddot{O}_4, \ddot{O}_{17}$	3	6

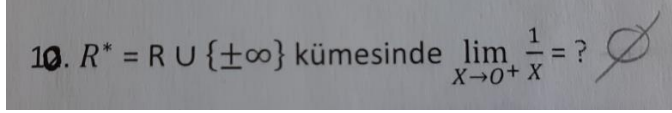
Tablo incelendiğinde, 8 mühendislik fakültesi öğrencisinin  $R^* = \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$  kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$  Sorusuna “0” şeklinde bir tanımlama yaptığı, 4 öğrencinin “ $\emptyset$ .” Şeklinde bir tanımlama yaptığı, 5 öğrencinin “(1) e yakın” şeklinde bir tanımlama yaptığı, 5 öğrencinin “ $-\infty$ ” şeklinde bir tanımlama yaptığı ve 3 öğrencinin de “ $-\infty, +\infty$ ” şeklinde bir tanımlama yaptığı görülmektedir.

“ $R^* = \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$  kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$ ” sorusuna yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.

10.  $R^* = \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$  kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$

Şekil 4.68.  $\ddot{O}_{49}$  kodlu öğrencinin cevabı

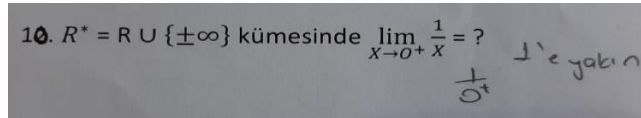
Yukardaki şekilde Ö<sub>49</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “0” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



10.  $R^* = R \cup \{\pm\infty\}$  kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$  0

Şekil 4.69. Ö<sub>36</sub> kodlu öğrencinin cevabı

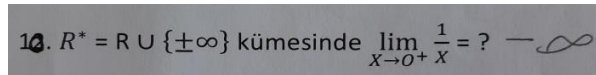
Yukardaki şekilde Ö<sub>36</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “∅” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



10.  $R^* = R \cup \{\pm\infty\}$  kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$  1'e yakın

Şekil 4.70. Ö<sub>43</sub> kodlu öğrencinin cevabı

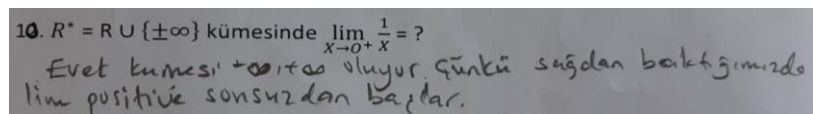
Yukardaki şekilde Ö<sub>43</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “(1) e yakın” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



10.  $R^* = R \cup \{\pm\infty\}$  kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$   $-\infty$

Şekil 4.71. Ö<sub>38</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>38</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “ $-\infty$ ” şeklinde bir ifade kullanmıştır.



10.  $R^* = R \cup \{\pm\infty\}$  kümesinde  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = ?$   
Evet kumesi  $+\infty$ ,  $+\infty$  oluyor çünkü sağdan bakıldığında  
lim positive sonsuzdan başlar.

Şekil 4.72. Ö<sub>8</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>8</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, “ $-\infty, +\infty$ ” şeklinde bir ifade kullanmıştır.

#### 4.10. On Birinci Araştırma Sorusuna Ait Bulgular

Araştırmanın on birinci sorusu olan “L bir gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = L$  eşitliği sağlanıyor. Buna göre,

$$\text{I} - f(2) = g(2)$$

$$\text{II} - \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - g(x)) = 0$$

$$\text{III} - \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$$

Seçeneklerden hangisi her zaman doğrudur, açıklayınız?” sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 11. Sorusunun **I.** şıkkına verdikleri doğru ve yanlış cevaplarına göre dağılımları tabloda verilmiştir.

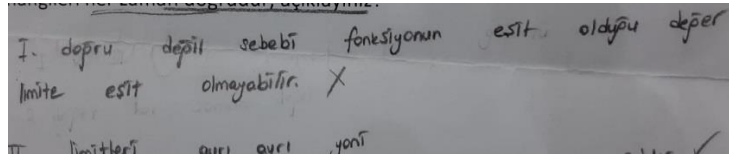
Tablo 4.26. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 11. sorusunun **I.** şıkkına verilen cevaplara göre dağılımı

11.soru I. şık	Verilen Cevap	Doğru ve Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	f	%
Limit değerinin her zaman fonksiyon değerine eşit olmadığı biliniyor (doğru)	√ İşareti Koyup Önermeyi Doğru Kabul Edenler	Ö <sub>31</sub> , Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>20</sub> , Ö <sub>29</sub> , Ö <sub>44</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>8</sub> , Ö <sub>18</sub> Ö <sub>46</sub> , Ö <sub>48</sub> , Ö <sub>27</sub> , Ö <sub>43</sub> , Ö <sub>21</sub> , Ö <sub>16</sub> , Ö <sub>45</sub> , Ö <sub>3</sub> Ö <sub>28</sub> , Ö <sub>9</sub> , Ö <sub>25</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>19</sub>	21	42
Limit değeri ile fonksiyon değerinin her	× İşareti Koyup Önermeyi Doğru	Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>15</sub> , Ö <sub>49</sub> , Ö <sub>11</sub> , Ö <sub>32</sub> , Ö <sub>24</sub> , Ö <sub>13</sub> , Ö <sub>33</sub>		

zaman aynı olması gerektiği sanılıyor (yanlış)	Kabul Edenler	Ö <sub>39</sub> , Ö <sub>40</sub> , Ö <sub>35</sub> , Ö <sub>50</sub> , Ö <sub>6</sub> , Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>47</sub> , Ö <sub>26</sub> , Ö <sub>22</sub> , Ö <sub>38</sub> , Ö <sub>10</sub> , Ö <sub>7</sub> , Ö <sub>17</sub> , Ö <sub>36</sub> , Ö <sub>14</sub> , Ö <sub>41</sub> , Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>34</sub> , Ö <sub>42</sub> , Ö <sub>30</sub> , Ö <sub>12</sub>	29	58
--	---------------	---	----	----

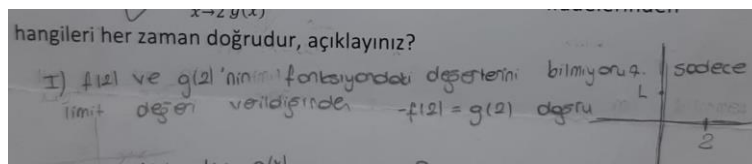
Tablo incelendiğinde, araştırmanın 11.(I. Şık) Sorusuna öğrencilerin %42'sinin (f=21) (Limit değerinin her zaman fonksiyon değerine eşit olmadığı biliniyor) doğru cevap verdiği, %58'nu ise (f=29) (Limit değeri ile fonksiyon değerinin her zaman aynı olması gerektiği sanılıyor) yanlış çözüme ulaştığı belirlenmiştir.

11. sorusuna I. Şıkına doğru ve yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.73. Ö<sub>31</sub> kodlu öğrencinin cevabı.

Yukardaki şekilde Ö<sub>31</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi soruya doğru cevap vermiştir. Verilen hipotezde limitlerin eşitliği verilmiştir. Limit değeri fonksiyon değerinden bağımsızdır ve eşit olmak zorunda değildir. Hatta fonksiyon o noktada tanımlı olmadığı halde bile limit mevcut olabilir. Bundan dolayı, hipotezdeki limitlerin eşitliği, fonksiyon değerlerinin 2 noktasında eşit olmasını gerektirmez. Öğrencinin cevabı doğrudur. Örnek cevap aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.74. Ö<sub>1</sub> kodlu öğrencinin cevabı.



Yukardaki şekilde  $\ddot{O}_1$  kodlu mühendislik fakültesi ğrencisi soruya yanlış cevap verdiği belirlenmiştir. Bir önceki öğrencinin çözümünde olduğu gibi limitlerin eşitliği, fonksiyon değerlerinin eşit olmasını gerektirmez. Bundan dolayı öğrencinin cevabı yanlış olarak değerlendirilmiştir.

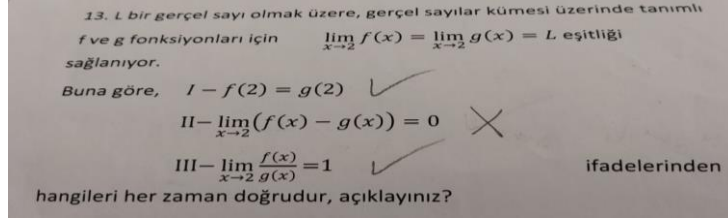
Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 11. Sorusunun **II.** şıkına verdikleri doğru ve yanlış cevaplara göre dağılımları tabloda verilmiştir.

Tablo 4.27. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 11. sorusunun II. şıkına verdikleri cevaplara göre dağılımları

11.soru II. Şık	Verilen Cevap	Doğru ve Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	f	%
$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - g(x)) = 0,$ her $L \in \mathbb{R}$ için doğru	×	$\ddot{O}_{16}, \ddot{O}_{25}, \ddot{O}_8, \ddot{O}_{13},$ $\ddot{O}_{39}, \ddot{O}_{28}, \ddot{O}_{35}, \ddot{O}_{50}$	22	44
	İşareti Koyup Önermeyi Yanlış Kabul Edenler	$\ddot{O}_{26}, \ddot{O}_{38}, \ddot{O}_7, \ddot{O}_{14},$ $\ddot{O}_{41}, \ddot{O}_{49}, \ddot{O}_{34}, \ddot{O}_{19},$ $\ddot{O}_{32}, \ddot{O}_{24}, \ddot{O}_{33}, \ddot{O}_5,$ $\ddot{O}_{18}, \ddot{O}_{30}$		
	√	$\ddot{O}_{31}, \ddot{O}_{12}, \ddot{O}_{40}, \ddot{O}_{23},$ $\ddot{O}_{37}, \ddot{O}_1, \ddot{O}_2, \ddot{O}_{46}$	28	56
	İşareti Koyup Önermeyi Doğru Kabul Edenler	$\ddot{O}_{15}, \ddot{O}_4, \ddot{O}_{48}, \ddot{O}_{27}, \ddot{O}_{43}, \ddot{O}_{45},$ $\ddot{O}_3, \ddot{O}_9, \ddot{O}_6, \ddot{O}_{47}, \ddot{O}_{22},$ $\ddot{O}_{10}, \ddot{O}_{17}, \ddot{O}_{36}, \ddot{O}_{42}, \ddot{O}_{29},$ $\ddot{O}_{11}, \ddot{O}_{44}, \ddot{O}_{21}, \ddot{O}_{20}$		

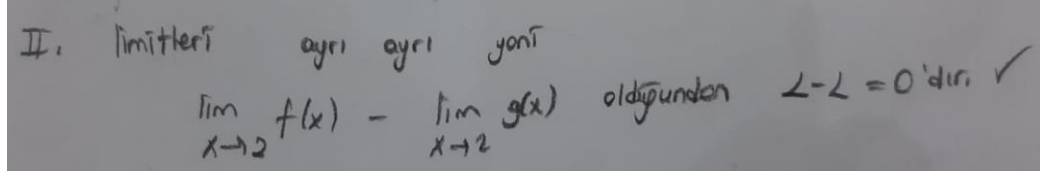
Tablo incelendiğinde, araştırmanın 11.(II. Şık) Sorusuna öğrencilerin %44'sinin (f=22) yanlış cevap verdiği, % 56'nu ise (f=28) doğru çözüme ulaştığı belirlenmiştir.

11. sorusuna II. Şıkına doğru ve yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.75. Ö<sub>7</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>7</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, soruya yanlış cevap vermiştir.



Şekil 4.76. Ö<sub>31</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>31</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisi, soruya doğru cevap vermiştir. Hipotezde limitin var olduğu belirtildiğinden, II. şık her zaman geçerlidir. Bu durumda öğrencinin cevabı doğrudur.

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, araştırmanın 11. Sorusunun **III.** şıkkına verdikleri doğru ve yanlış cevapların dağılımları tabloda verilmiştir.

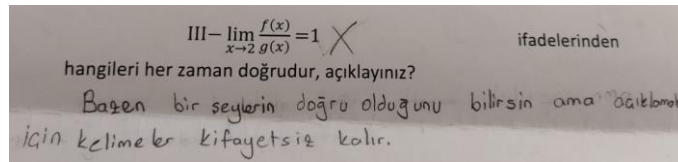
Tablo 4.28. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırmanın 11. sorusunun III. şıkkına verdikleri cevaplara göre dağılımları

11.soru III. şık	Verilen Cevap Analizi	Doğru ve Yanlış Cevap Veren Öğrenciler	f	%
	✓			
	İşareti Koyup Önermeyi	Ö <sub>2</sub> , Ö <sub>19</sub> , Ö <sub>42</sub> , Ö <sub>25</sub> , Ö <sub>9</sub> , Ö <sub>28</sub> , Ö <sub>3</sub> , Ö <sub>32</sub> ,	12	24
	Doğru Kabul Edenler	Ö <sub>24</sub> , Ö <sub>13</sub> , Ö <sub>44</sub> , Ö <sub>15</sub>		

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$			
$L \neq 0$ ise her zaman doğrudur			
$L = 0$ ise doğru olmayabilir	×	Ö <sub>12</sub> , Ö <sub>35</sub> , Ö <sub>5</sub> , Ö <sub>31</sub> ,	
$L = 0$ da $\frac{0}{0}$ belirsizliği görülememiştir	İşareti Koyup Önermeyi Yanlış Kabul Edenler	Ö <sub>46</sub> , Ö <sub>1</sub> , Ö <sub>37</sub> , Ö <sub>23</sub> , Ö <sub>8</sub> , Ö <sub>30</sub> , Ö <sub>34</sub> , Ö <sub>49</sub> , Ö <sub>41</sub> , Ö <sub>14</sub> , Ö <sub>36</sub> , Ö <sub>17</sub> , Ö <sub>7</sub> , Ö <sub>10</sub> , Ö <sub>38</sub> Ö <sub>22</sub> , Ö <sub>26</sub> , Ö <sub>47</sub> , Ö <sub>6</sub> , Ö <sub>50</sub> , Ö <sub>45</sub> , Ö <sub>43</sub> , Ö <sub>27</sub> , Ö <sub>4</sub> , Ö <sub>33</sub> , Ö <sub>39</sub> , Ö <sub>18</sub> , Ö <sub>16</sub> , Ö <sub>40</sub> , Ö <sub>20</sub> , Ö <sub>29</sub> , Ö <sub>48</sub> , Ö <sub>11</sub> , Ö <sub>21</sub>	38 76

Tablo incelendiğinde, araştırmanın 11.(III. Şık) Sorusuna öğrencilerin %24'sinin (f=12) doğru cevap verdiği, %76'nu ise (f=38) yanlış çözüme ulaştığı belirlenmiştir.

11. sorusuna III. Şıkına doğru ve yanlış cevap veren öğrencilerden birkaçının örnek cevabı aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4.77. Ö<sub>2</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>2</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin soruya doğru cevap verdiği belirlenmiştir. Öğrenci sınavda sonra, eşitliğin her zaman doğru olmadığını düşündünü fakat ifade edemediğini belirtmiştir. “Her zaman doğru değildir” dediği için cevabı doğru olarak değerlendirilmiştir.

$$\text{III} \quad \frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} g(x)} = \frac{L}{L} = 1 \quad \checkmark$$

Şekil 4.78. Ö<sub>12</sub> kodlu öğrencinin cevabı

Yukardaki şekilde Ö<sub>12</sub> kodlu mühendislik fakültesi öğrencisinin soruya yanlış cevap verdiği belirlenmiştir. Bu cevap öğrencinin “ $L \neq 0$ ” ifadesini kabul ettiğini düşündürmüştür fakat verilen hipotezde  $L$  reel sayı olarak alınmaktadır. Bundan dolayı III. önerme her zaman doğru değildir. Bu durumda, öğrencinin cevabı yanlış kabul edilmiştir.

## BÖLÜM 5

### TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİ

Mühendislik fakültesi öğrencilerinin limit, süreklilik, türev ve integral konularındaki kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerini belirlemeye yönelik yapılan bu çalışmadan elde edilen verilere göre, mühendislik fakültesi öğrencilerinin genel olarak bu konular ile ilgili yüzeysel bilgi sahibi oldukları yahut hiçbir bilgiye sahip olmadıkları tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin, kavramlar arası ilişkileri açıklamaya veya ifade etmeye çalışırken zorlandıkları belirlenmiştir. Bu kavramlar arası ilişkilerin doğası hakkında fazla fikir sahibi olmadıkları bulgular arasında yer almaktadır.

Ubuz'un (1996) öğrencilerin hatalarını kategorize ettiği çalışmasında, “tanımların içeriğinin anlaşılmasından” ve “bu durum, verilen tanımın bir bütün olarak anlaşılmasından kaynaklanmaktadır.” ifadesini kullanmıştır. Ubuz'a göre öğrenciler, çalışmalarını için dikkatsizce hesaplanmış sonuçlara güvenerek algoritmik düzeyde çalışmışlar ve farklı kavramlar arasında geçiş yapmakta zorlanmışlardır [64]. Benzer şekilde bu araştırma bulgularına göre de öğrencilerin tanımlar arasında ayırım yapmakta zorlandıkları ve kavramları anlamak yerine direkt işlevsel kavramı tercih ettikleri belirlenmiştir. Çalışmada mühendislik fakültesi öğrencilerinin araştırma sorularına verdikleri cevapların nedenleri hakkında tatmin edici sebepler sunamadıkları kaydedilmiştir. Yanıtlar kavramsal bilgi olarak incelenirken sadece kavramın tanımını bilmeyi değil, kavramlar arası ilişki kurma durumları da dikkate alınarak incelenmiştir. Öğrencilerin hesaplama hataları veya mantıksal hatalar yapmaları, dikkatlerinin son derece dağınık olmasıyla açıklanabilir.

Birinci sorudan elde edilen verilere göre; mühendislik fakültesi öğrencilerinin “Türevin matematikteki karşılığı nedir?” sorusunu formüle etmeye çalıştıkları sırada, bu formülün arkasındaki kavramsal yapıyı açıklamakta güçlük çektikleri görülmektedir.

Daha önce yapılan “Park 2011” çalışmasında, öğrencilerin bir fonksiyonun türevini bulmak için cebirsel gösterimini bulmaya yöneldikleri ortaya çıkmıştır. Mühendislik fakültesi öğrencileri, farklılaşma ilkelerine bağlı hesaplama becerilerine sahiptirler; fakat değişim oranı fikrini türevlerle ilişkilendirmekte zorlanmaktadırlar. Türevi daha derinden anlamak için, bu fikri sağlam bir şekilde kavramak çok önemlidir [65]. Öğrencilerin analizde, türev kavramını ve teoremleri anlamalarına yardımcı olacak önerilerde buldukları ancak öğrencilerden hiçbirinin bu formülün temelini yeterince açıklayamadıkları tespit edilmiştir [66]. Öğrencilerin açıklamalarının bir kısmı “türevi tanım gereği böyledir” gibi ifadelerle sınırlandırıldığı belirlenmiştir. Mühendislik fakültesi öğrencisinin, ilgili olduğu konu veya kavram ne olursa olsun bir soruya doğru cevabı vermekten ziyade, soruyu doğru çözüme süreci içerisinde yaptıklarının farkında olmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerden formülleri, kullandığı özellikleri ve çözümü desteklemesi istendiğinde anlaşılır bir şekilde açıklaması beklenmektedir. Bu, konuyu ne derecede anladıklarını gösterebilmeleri için ön şartlardan biridir. Ayrıca çalışma; türev, süreklilik ve limit arasındaki ilişkilerin tam olarak kurulmadığını ve öğrencilerin bu konuda yanlış fikirlere sahip olduklarını göstermiştir. Limit, integral ve süreklilik fikirleri ile türev kavramı arasındaki ilişki genellikle tanımlar düzeyinde anlaşılabilir. Ancak, bu tanımların detaylarının tam olarak anlaşılmadığı belirlenmiştir. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, kavramlar arasındaki ilişkileri doğru bir şekilde kuramadıkları ve türev konusunu anlamakta güçlük çektikleri görülmüştür.

Mühendislik fakültesi öğrencilerine yapılan yazılı uygulamanın tanım sorularına verilen cevaplar analiz edilirken, birçok öğrencinin kavramların tanımlarını hiç bilmedikleri belirlenmiştir. Sorulara doğru cevap veren öğrencilerin çoğunun ise oluşturduğu tanımların detaylarını kullanmadan soruyu çözmeye çalıştıkları görülmüştür. Türev kavramı doğası gereği anlaşılması zor bir kavramdır. Öğrenciler, türev kavramını tam olarak anlamasalar bile, formülleri ve yönergeleri izleyerek bununla ilgili çok sayıda soruyu yanıtlayabilirler. Öğrenciler bu durumda, türev kavramını anladıklarına inanabilmektedirler. Ancak araştırmanın bulguları bunun tersini göstermektedir. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin türev kavramına ilişkin kavramsal bilgilerini ölçmeye yönelik araştırma sorularının başarı oranı nispeten düşüktür. Bu bağlamda çalışma, mühendislik fakültesi öğrencilerinin konuyu ezber

yoluyla öğrenmeye çalıştıkları ve işlem sorularına öncelik verdiklerini ortaya koymuştur. Türev kavramı ile diğer kavramlar arasındaki ilişkilerin yanlış anlaşıldığı çok sayıda örnek bulunmaktadır. Çizilen teğetin eğimi yerine fonksiyonun eğimi kullanılmaktadır. Türev, “bir noktanın fonksiyonun sürekliliğini türevle eşitlemek ve süreklilik ile türev arasındaki ilişkiyi belirlemek” şeklinde tanımlanmıştır. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin türevi anlamakta ve yorumlamakta güçlük çekmelerinin nedenlerinden birinin de söz konusu kavramlara aşina olmamaları olduğu tespit edilmiştir. Benzer olarak Gür ve Barak (2007) çalışmalarında, öğrencilerin türev konusunda kavram yanlışlarına sahip olduklarını ve yaptıkları hataların, türev ve limitin temelini oluşturan konuların tam olarak öğrenilememesinden kaynaklandığı tespit edilmiştir [46]. En önemli analiz konularından biri olan türev kavramını anlamak için türev ve limit kavramları arasındaki ilişkiyi anlamak gerekmektedir. Türev kavramını anlamak için oran, fonksiyon ve limit ilkelerini bilmek önemlidir [67]. Aynı şekilde eğim, teğet ve süreklilik gibi temel matematiksel konularında da derecede bilinmesi gerekmektedir.[68].

Türev kavramının bir bileşeni olan limit kavramını anlamak son derece önemlidir. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin limit ve türev arasındaki ilişkiyi, “türev bir limittir” şeklinde ifade ettikleri belirlenmiştir. Fakat soruların çözümünde bu ilişkiyi derinlemesine inceleyemedikleri belirlenmiştir. Limit ve sürekliliğin en temel anlayışı, fonksiyonun o noktada tanımlanmış olması ve limit değerinin fonksiyonun görüntüsüne eşit olması koşuluyla, fonksiyonun o anda tanımlanması gerekmeksizin bir noktada limitinin olabileceğidir. Öğretmen adayları ile yapılan bir çalışmada öğrencilerin limit ve süreklilik kavramlarına ilişkin çeşitli hatalar yaptıkları tespit edilmiştir. Bir fonksiyonun limitinin olduğu yerde tanımlı ve sürekli olması gerektiği fikrine ilişkin bulgulardan biri, öğretmen adaylarının limitin alındığı yerde fonksiyonun sürekli olması ve belirtilmesi gerektiğine inandıkları şeklindedir. [48].

Elde edilen diğer bir bulgu ise, öğrencilerin türev ve süreklilik kavramları arasındaki bağlantıyı kuramadıkları yönündedir. Bir fonksiyonun sürekli olduğu her yerde türevinin olduğuna ve bir noktadaki sürekli bir fonksiyon değerinin o noktada bir türevi olduğuna inanılması, öğrencilerin bu konu hakkındaki düşüncelerinin sınırlı olduğunu göstermektedir. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin, fonksiyonun bir

noktada türevli olabilmesi için sürekliliğin yeterli bir ölçüt olduğunu düşündükleri belirlenmiştir. Öğretmen adaylarıyla yapılan bir çalışmada, fonksiyonun sürekli olduğu ancak türevinin alınmadığı noktaların sürekli olmadığı kanısına varılmıştır. Öğretmen adayları, fonksiyonun sürekli olduğu durumlarda her noktanın türevinin olması gerektiğini belirtmişlerdir. Bu bulgular, türevin tanımına ilişkin konuya özgü bilgilerin; türev tanımının görselleştirilmesinin ve türev ile süreklilik ilişkisinin gösterilmesinin yetersiz olduğunu göstermektedir [69].

İntegral konusuyla ilgili sorulardan elde edilen veriler, mühendislik fakültesi öğrencilerinin bu konu hakkında da eksik bilgiye sahip olduklarını düşündürmüştür. Bu durum, öğrencilerin lisansta aldıkları genel matematik eğitimi içerisinde yeterli değerlendirme ve integral oluşturma sorusuyla karşılaşp karşılaşmadıklarını sorusunu akıllara getirmiştir. Literatür incelendiğinde integralin, anlaşılması en zor kavramlardan biri olduğu anlaşılmaktadır [70-71-72]. Gürbüz ve arkadaşlarının çalışmasında, integralin öğrenciler için anlaşılması zor matematik kavramları arasında yer aldığı kanısına varılmıştır. Öğrencilerden, benzer şekle sahip alanları kullanarak cevapları değerlendirmeleri istenmiştir. Ancak çözüme yaklaşırken doğru yöntem veya stratejiyi seçememeleri nedeniyle değerlendirme ve karar verme gibi becerileri yeterince gösteremedikleri belirlenmiştir.

Sonuç olarak; mühendislik fakültesi öğrencilerinin limit, süreklilik, türev ve integral kavramlarını anlamakta ve ilişkilendirmekte zorlandıkları tespit edilmiştir.

Yapılan bu çalışmada öğrencilerin karşılaştıkları bazı zorluklar ve yaptıkları hatalar;

1. Öğrencilerin, kavramların tanımları veya ayrıntıları hakkında yetersiz bilgiye sahip olması,
2. Ezber yöntemiyle öğrenilen bilgilerin ağırlıklı olması,
3. Belirli kavramların birbiriyle olan ilişkilerinin yanlış anlaşılması,
4. Sayısal veya grafikli türev problemlerini ele alırken cebirsel notasyonu kullanma eğilimi,
5. Limit, süreklilik, türev ve integral kavramlarının mühendislik fakültesi öğrencileri tarafından yetersiz anlaşılması,
6. Mühendislik fakültesi öğrencilerinin kavramsal anlama yerine, işlemsel anlamaya yönelmesi,



7. Öğrencilerin, türevin tanımını kullanarak bir fonksiyonun türevinin değerini bulmakla ilgili yeterli bilgiye sahip olmamaları,
8. Öğrencilerin, tanım ile tanımın uygulamalarını birbirine karıştırdığı,
9. Öğrencilerin soruyu çözerken hangi küme üzerinde işlem yaptığına dikkat etmediği şeklinde sıralanmıştır.

Yanılgılar ve eksiklikler ile ilgili bu tür araştırmalar, ileri matematiğin bütün konularında ve daha geniş öğrenci kitlesi üzerinde yapılabilir. Çalışmaya, öğrencilerin kısa süre içerisinde hızlı bir şekilde yanıtlayamayacakları, yorumlama ve düşünme yeteneği gerektiren sorular dâhil edilmiştir. Çalışma sonuçları, öğrencilerin hatırlama basamağı hakkında bazı bilgilere sahip olduğunu göstermektedir. Ancak, eksik ve yanlış bilgilerin tamamlanıp düzeltilmesi gerektiği düşüncesini de desteklemektedir.

## KAYNAKLAR

1. Tall, D., & Razali, M. R., “Diagnosing students’ difficulties in learning mathematics”, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 24(2), 209-222 (1993).
2. Suraweera, N., Duval, A., Reperant, M., Vaury, C., Furlan, D., Leroy, K., & Hamelin, R. “Evaluation of tumor microsatellite instability using five quasimonomorphic mononucleotide repeats and pentaplex PCR”, *Gastroenterology*, 123(6), 1804-1811 (2002).
3. Pape, S. J., Bell, C. V., & Yetkin, İ. E., “Developing mathematical thinking and self-regulated learning: A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom”, *Educational Studies in Mathematics*, 53(3), 179-202 (2003).
4. Dikici, R. & İşleyen, T., “Bağıntı ve fonksiyon konusundaki öğrenme güçlüklerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi”, *Kastamonu eğitim dergisi*, 105 (2004).
5. Altun, I., “The perceived problem solving ability and values of student nurses and midwives”, *Nurse education today*, 23(8), 575-584 (2003).
6. Bingolbali, E., & Monaghan, J., “Cognition and institutional setting”, *In New directions for situated cognition in mathematics education Springer*, Boston, MA. (pp. 233-259) (2008).
7. Işık, A., & Bekdemir, M., “Matematiğin doğası ve eğitimdeki yeri”, *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 245(9), 19-22 (1998).
8. Altun, M. L., “HPLC method for the analysis of paracetamol, caffeine and dipyrone”, *Turkish Journal of Chemistry*, 26(4), 521-528 (2002).
9. Gökçek, T., & Açıkıldız, G., “Matematik öğretmeni adaylarının türev kavramıyla ilgili yaptıkları hatalar”, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 7(1), 112-141 (2016).
10. YALÇINKAYA, Y., “Yenilenen 9. sınıf matematik dersi öğretim programı hakkında öğretmen görüşleri”, *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 4(3), 100-110. (2018).
11. Sağlam, İ. “Uğursuzluk üç şeydedir’ rivayetinin isnad ve metin yönünden tahlili”, *Kırıkkale İslami İlimler Fakültesi Dergisi*, 2(3), 81-108 (2017).
12. Zeidmane, A., & Sergejeva, N., “Indirect impact of mathematics in engineering education”, *In Proceedings of 12th International Scientific Conference Engineering for rural development* (pp. 611-615) (2013).

13. Yapıcıoğlu ulaş, m., “Fen ve matematik öğretmen adaylarının türev konusundaki kavram yapılarının repertuar çizelge tekniği ile incelenmesi, doctoral dissertation (2019).
14. Desfitri, R., “In-service teachers’ understanding on the concept of limits and derivatives and the way they deliver the concepts to their high school students”, *In Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 693, No. 1, p. 012016). IOP Publishing (2016).
15. Baki, A., & Güveli, E., “Evaluation of a web based mathematics teaching material on the subject of functions”, *Computers & Education*, 51(2), 854-863 (2008).
16. Erol, T. A. Ş., & Çepni, S., “Web tasarımı bir fen ve teknoloji materyalinin geliştirilmesi, uygulanması ve değerlendirilmesi”, *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(1), 93-115 (2011).
17. Kashef - Haghighi, S., & Ghoshal, S., “Physico–chemical processes limiting CO<sub>2</sub> uptake in concrete during accelerated carbonation curing”, *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 52(16), 5529-5537 (2013).
18. SAYGI, M., & TOKLU, F., “Çukurova bölgesinde birinci ürün koşullarında yetiştirilen bazı danelik mısır (*Zea mays indentata sturt.*) çeşitlerinin dane verimi, bazı bitkisel özellikler ve karakterler arası ilişkiler yönünden değerlendirilmesi”, *KSÜ Doğa Bilimleri Dergisi*, 20, 308-312 (2017).
19. Willcox, K., & Bounova, G., “Mathematics in engineering: Identifying, enhancing, and linking the implicit mathematics curriculum”, *In 2004 Annual Conference* (pp. 9-896). (2004).
20. Güner, N., & Çomak, E., “Mühendislik öğrencilerinin matematik I derslerindeki başarısının destek vektör makineleri kullanılarak tahmin edilmesi”, *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 17(2), 87-96 (2011).
21. KÖROĞLU, Ö., BAKIR, E., ULUDAĞ, G., KÖROĞLU, S., & DAYISOYLU, K., “Kefir ve Sağlık”, *KSÜ Doğa Bilimleri Dergisi*, 18(1), 26-30 (2015).
22. Dewi, R., Zainuri, M., Anggoro, S., & Winanto, T., “Analisis Perubahan Lahan Kawasan Laguna Segara Anakan Selama Periode Waktu (1978–2016) Menggunakan Satelit Landsat Multitemporal”, *Omni-Akuatika*, 12(3) (2016).
23. Radzi, M. A. M., & Rahim, N. A., “Neural network and bandless hysteresis approach to control switched capacitor active power filter for reduction of harmonics”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(5), 1477-1484 (2009).
24. Atman, C. J., Adams, R. S., Cardella, M. E., Turns, J., Mosborg, S., & Saleem, J., “Engineering design processes: A comparison of students and expert practitioners”, *Journal of engineering education*, 96(4), 359-379 (2007).

25. Bergsten, E., Horne, A., Aricó, M., Astigarraga, I., Egeler, R. M., Filipovich, A. H., & Henter, J. I., “Confirmed efficacy of etoposide and dexamethasone in HLH treatment: long-term results of the cooperative HLH-2004 study”, *Blood, The Journal of the American Society of Hematology*, 130(25), 2728-2738 (2017).
26. Prabhu, S. A., Ndlovu, B., Engelbrecht, J., & Van den Berg, N., “Generation of composite *Persea americana* (Mill.)(avocado) plants: a proof-of-concept-study. PLoS One, 12(10), e0185896 (2017).
27. Weber, E., Tallman, M., Byerley, C., & Thompson, P. W., “Introducing derivative via the calculus triangle”, *Mathematics Teacher*, 104(4), 274-278 (2012).
28. Sahin, K., Onderci, M., Sahin, N., Gulcu, F., Yıldız, N., Avcı, M., & Kucuk, O., “Responses of quail to dietary vitamin E and zinc picolinate at different environmental temperatures”, *Animal Feed Science and Technology*, 129(1-2), 39-48 (2006).
29. Baki, A., & Kartal, T., “Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu”, *Türk eğitim bilimleri dergisi*, 2(1), 27-46 (2004).
30. Delice, A., & Sevimli, E., “İntegral kavramının öğretiminde konu sıralamasının kavram imgeleri bağlamında incelenmesi; belirli ve belirsiz integraller”, *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 51-62 (2011).
31. GENÇTANIRIM, D., & ERGENE, T., “Riskli davranışlar ölçeğinin geliştirilmesi: geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları”, *The Journal of Academic Social Science Studies*, 25(1), 125-138 (2014).
32. Mundy, G. R., Ibbotson, K. J., D'Souza, S. M., Simpson, E. L., Jacobs, J. W., & Martin, T. J., “The hypercalcemia of cancer: clinical implications and pathogenic mechanisms”, *New England Journal of Medicine*, 310(26), 1718-1727 (1984).
33. Aktümen, M., & Kaçar, A., “Bilgisayar cebiri sistemlerinin matematiğe yönelik tutuma etkisi”, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(35), 13-26 (2008).
34. Şahinkaya, S., & Sevimli, M. F., “Sono-thermal pre-treatment of waste activated sludge before anaerobic digestion”, *Ultrasonics sonochemistry*, 20(1), 587-594 (2013).
35. Tallman, M. A., Carlson, M. P., Bressoud, D. M., & Pearson, M., “A characterization of calculus I final exams in US colleges and universities”, *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 2(1), 105-133 (2016).

36. Kouropatov, A., & Dreyfus, T., "Learning the integral concept by constructing knowledge about accumulation", *ZDM*, 46(4), 533-548 (2014).
37. Authors/Task Force Members, Konstantinides, S. V., Torbicki, A., Agnelli, G., Danchin, N., Fitzmaurice, D., & Spyropoulos, A. C., "2014 ESC Guidelines on the diagnosis and management of acute pulmonary embolism: The Task Force for the Diagnosis and Management of Acute Pulmonary Embolism of the European Society of Cardiology (ESC) Endorsed by the European Respiratory Society (ERS)", *European heart journal*, 35(43), 3033-3080 (2014).
38. Turgut, M. F., & Baykul, Y., "Eğitimde ölçme ve değerlendirme", (Vol. 2), *Pegem Akademi*. (2010).
39. Burt, Alison Holm, Barbara Dodd, L., "Phonological awareness skills of 4-year-old British children: An assessment and developmental data", *International Journal of Language & Communication Disorders*, 34(3), 311-335 (1999).
40. Anadol, D., Göçmen, A., Kiper, N., & Özçelik, U., "Hydatid disease in childhood: a retrospective analysis of 376 cases", *Pediatric pulmonology*, 26(3), 190-196 (1998).
41. Karadüz, A., "Türkçe öğretmenlerinin ölçme ve değerlendirme uygulamalarının "yapılandırmacı öğrenme kavramı bağlamında eleştirisi", *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(1), 189-210 (2009).
42. Krouse, J.L., "The effect of writing assignments on high school calculus students understanding of the derivative concept", *Unpublished doctoral dissertation University of Pittsburgh* (2000).
43. Yıldız, S., Gezer, E. D., & Yıldız, U. C., "Mechanical and chemical behavior of spruce wood modified by heat", *Building and environment*, 41(12), 1762-1766 (2006).
44. Balkıs, M., Duru, E., Buluş, M., & Duru, S., "Üniversite öğrencilerinde akademik erteleme eğiliminin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. (2006).
45. Ubuz, B., "Interpreting a graph and constructing its derivative graph: stability and change in students conceptions", *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(5), 609-637 (2007).
46. Gür, H., & Barak, B., "Ortaöğretim 11. sınıf öğrencilerinin türev konusundaki hata örnekleri", (2007).
47. İşleyen, T., & Akgün, L., "Matematik öğretmen adaylarının türev ve diferansiyel kavramlarını algılama düzeyleri, XVIII", *Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı, Ege Üniversitesi, İzmir* (2009).
48. BASTURK, S., BAŞTÜRK, S., & DÖNMEZ, G., "Matematik öğretmen adaylarının limit ve süreklilik konusuyla ilgili kavram yanılgıları", *Necati bey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 5(1), 225-249 (2011).

49. Tontus, H., Karabey, M. U. B. E. R. R. A., & Gurdal, N. A. G. M. A. N., "Survey of medical students' attitudes, religious beliefs, and knowledge of organ donation", *Organs Tissues Cells*, 14, 203-6 (2011).
50. Delice, A., & Sevimli, E., "İntegral kavramının öğretiminde konu sıralamasının kavram imgeleri bağlamında incelenmesi; belirli ve belirsiz integraller", *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 51-62 (2011).
51. AÇIKYILDIZ, G., & GÖKÇEK, T., "Matematik öğretmeni adaylarının türev teğet ilişkisi ile ilgili yaptıkları hatalar", *Journal of Instructional Technologies and Teacher Education*, 4(2) (2015).
52. Turan, S. B., "Matematik öğretmen adaylarının limit, süreklilik ve türev ile ilgili kavramsal yapıları", (*Master's thesis, Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*) (2016).
53. Duran, M., & Kaplan, A., "Lise matematik öğretmenlerinin türevin tanımına ve türev-süreklilik ilişkisine yönelik pedagojik alan bilgileri", *Journal of Education Faculty*, 18(2), 795-831 (2016).
54. Doruk, M., Duran, M., & Kaplan, A., "Lisans Öğrencilerinin Türev Tanımıyla İlgili Yorumları Ve Türeve Yükledikleri Anlamlar", *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 834-856 (2018).
55. ULAŞ, M. Y., & BİBER, A., "Matematik ve Fen Bilgisi Öğretmen Adaylarının Türev Konusundaki Kavram Yapıları", *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(30), 435-457 (2020).
56. ÜNVER, S. K., ÇELİK, A. Ö., & GUZEL, E. B. Öğrenci Hata ve Yanılgıları ile Başa Çıkma Yolları: Limit Örneği. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 11(2), 528-551 (2020).
57. Gürbüz, Y., "Üniversiteye giriş sınavları limit-süreklilik, türev, integral sorularının math taksonomisine göre analizi", *Doctoral dissertation, Kastamonu Üniversitesi* (2021).
58. Unal, S. E. D. S., "Examining the Integral Problem Solving Processes of Engineering Students in Terms of Conceptual and Operational Knowledge Using Bloom's Taxonomy1", *Educational Research (IJM CER)*, 3(6), 14-25 (2021).
59. Yitmez, B. G., Yılmaz, S., & Dinçer, B., "İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Öğrencilerinin Çok Değişkenli Fonksiyonların Limiti ve Sürekliliği Konusundaki Kavram Yanılgılarının İncelenmesi", *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (53), 611-637 (2022).
60. Çepni, S., "Fen alanları öğretim elemanlarının sınav sorularının bilişsel düzeylerinin analizi", *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 3(1), 65-84(2003).

61. Chmiliar, L., “Improving learning outcomes: the iPad and preschool children with disabilities”, *Frontiers in psychology*, 8, 660(2017).
62. Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K., “Research methods in education”, (Sixth). *Oxon: Routledge*. (2007).
63. Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F., “Örnekleme yöntemleri” (2012).
64. Ubuz, B., “Genel matematikte (Calculus) öğrenci hataları”, *Matematik Dünyası*, 5, 9-11. (1999).
65. Park, J., “Calculus instructors' and students' discourses on the derivative”, *Unpublished doctoral dissertation, Michigan State University* (2011).
66. Thompson, P.W., “Students, functions, and the undergraduate curriculum”, *Research in Collegiate Mathematics Education*, I, 21-44 (1994).
67. Zandieh, M., “A theoretical framework for analyzing students understanding of the concept of derivative”., *Conference Board of the Mathematical Sciences (CBMS) Issues in Mathematics Education*, 8, 103-127. (2000).
68. Bingölbali, E., “Türev kavramına ilişkin öğrenme zorlukları ve kavramsal anlama için öneriler. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Ed.), Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri içinde (s. 223-255). Ankara: PegemA. (2008).
69. Açıkyıldız, G., “Matematik öğretmeni adaylarının türev kavramını anlamaları ve yaptıkları hatalar”, *Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi* (2013).
70. Kurtbas, I., & Durmuş, A., “Efficiency and exergy analysis of a new solar air heater”, *Renewable Energy*, 29(9), 1489-1501 (2004).
71. ÇAKMAK, M., & GÜRBÜZ, H., “Biyoloji Eğitimi Bölümü Öğrencilerinin Çevreye Yönelik Tutumlarının İncelenmesi”, *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (19), 162-173 (2012).
72. TATAR, E., KAĞIZMANLI, T., & ZENGİN, Y., “Dinamik bir matematik yazılımının öğretmen adaylarının etkileşimli tahta ile ilgili görüşlerine etkisi”, *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2) (2015).

## ÖZGEÇMİŞ

Aya ALEBO, İlkokul, ortaokul ve lise eğitimlerini Musul'un Telafer ilçesinde tamamladı. 2018 yılında Musul Üniversitesinden Matematik Öğretmenliği bölümünden mezun oldu. 2020 yılında Karabük Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başladı.